

## L2MASS Calcul Sci. Interrogation 1 bis -- avr 2018

I.a Le calcul avec Sagemath de l'intégrale de 0 à  $+\infty$  de  $\frac{1}{\sqrt{1+x+x^2}}$  donne une erreur. Quelle est cette erreur ?

Donner une représentation graphique sur l'intervalle  $[0, 10]$  de la primitive  $F$  de  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1+x+x^2}}$  s'annulant en 0.

Trouver un  $b > 0$  tel que  $F(b)$  est compris entre 10 et 11.

I.b On veut poser  $f(a) = \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{a+x^3}}$  mais Sagemath rend une erreur. Pourquoi ? Quelle suggestion du message d'erreur permet de définir  $f$  dans Sagemath ?

Trouver une expression de  $a$  tel que  $f(a) = 1$ .

Pour un tel  $a$  définir la fonction  $g(t) = \int_0^t \frac{dx}{a+x^3}$ . Vérifier qu'on a bien  $g(0) = 0$ . Comparer les valeurs rendues pour  $g(\infty)$ ,  $g(\infty)$ . `simplify()`, `g(t)`. `limit(t = \infty)`. Que se passe-t-il ?

Trouver une valeur approchée (à  $10^{-1}$  près) de  $b > 0$  tel que  $g(b) = \frac{1}{2}$

II On définit les deux suites  $(x_n)$ ,  $(y_n)$  par les relations de récurrence :

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{x_n}{5} + \frac{2y_n}{3}, \quad y_{n+1} = \frac{4x_n}{5} + \frac{y_n}{3}$$

a. Calculer  $x_{20}$  par trois méthodes différentes.

Représenter graphiquement la suite des valeurs de  $x_n$  pour  $n$  variant de 0 à 20. Conjecturer vous une limite pour la suite  $(x_n)$  ?

b. Représenter graphiquement la suite de points  $(x_n, y_n, n)$  pour  $n$  variant de 0 à 20. Que voyez-vous ?

c. Trouver  $(x, y)$  tel que  $x + y = 1$ ,  $x = \frac{x}{5} + \frac{2y}{3}$ ,  $y = \frac{4x}{5} + \frac{y}{3}$