Université de Nice
Ingo Waschkies
2013

L2 MASS
semestre 1

Examen.

1. Jeu bayésien à somme nulle

   On regarde un jeu bayésien à somme nulle avec deux joueurs. On suppose que J2 a deux types de jeu appelés A et B et que la probabilité (connue par les deux joueurs) pour que $J2$ soit de type A est 1/3. Les tableaux de paiements sont

$$\text{type } A: \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{type } B: \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Vérifier que ni le jeu de type A ni le jeu de type B possède un équilibre de Nash pur.

   (b) Calculer les les équilibres de Nash mixtes pour le jeu de type A et pour le jeu de type B.

   (c) Ecrire la matrice des espérances de paiement du jeu bayésien transformant ainsi ce jeu en un jeu à somme nulle à information complète usuel.

   (d) Justifier qu'il n'y a pas d'équilibre de Nash bayesien pure.

   (e) Calculer toutes les équilibres de Nash bayésien mixtes.

   (f) On rappelle que dans notre modélisation de ce jeu bayésien J2 choisit au début du jeu un couple de stratégies - une stratégie pour le jeu de type A et une pour le jeu de type B (il a 4 possibilités). Le jeu mixte consiste alors pour J2 en un choix de probabilités q_1, q_2, q_3, q_4 avec $q_1+q_2+q_3+q_4 = 1$, et il joue chaque couple de stratégies avec la probabilité correspondante. On regarde le jeu d'un autre angle. Au début du jeu J2 va connaître son type. J2 se décide alors de jouer la stratégie mixte $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ si le jeu de type A et la stratégie mixte $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ si le jeu est de type B. Montrer que ceci consiste à un jeu mixte comme on le connaît et donner le quadruplet de probabilités correspondant.

2. Jeu bayésien (pas à somme nulle)

   On regarde un jeu bayésien à somme nulle avec deux joueurs. On suppose que J2 a trois types de jeu appelés A, B et C et que la probabilité (connue par les deux joueurs) pour que $J2$ est de type A (resp. B) est $\lambda/6$ (resp. $2\lambda/6$). Les tableaux de paiements sont

$$\text{type } A: \begin{pmatrix} (1,2) & (0,-1) \\ (-1,-1) & (3,2) \end{pmatrix} \qquad \text{type } B: \begin{pmatrix} (2,0) & (1,1) & (1,1) \\ (1,1) & (-1,0) & (1,-1) \end{pmatrix} \qquad \text{type } C: \begin{pmatrix} (-1,2) \\ (1,-1) \end{pmatrix}$$

   (a) Trouver (s'il y en a) en fonction de λ les équilibres de Nash en stratégies pures.