

Analyse de la décision
L2 MASS 2014-2015
Examen 2ème session (durée : 1h30)
08/06/2015

Les réponses doivent être clairement rédigées. Les calculatrices ne sont pas autorisées.

Exercice 1 (4 points) : Considérons un ensemble X . Soit Y un sous-ensemble de X . On définit le complémentaire de Y , noté Y^c , de la manière suivante :

$$Y^c = \{x \in X : x \notin Y\}.$$

Considérons deux sous-ensembles A et B de X . Montrez que $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

Exercice 2 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives $X = \{a, b, c, d\}$ et la relation de préférence au sens large dans X^2 donnée par $\succeq = \{(a, b); (b, a); (b, d); (c, a); (d, a); (d, c); (d, d)\}$.

1. Donnez la définition de la relation de préférence au sens strict \succ à partir de \succeq . En déduire l'ensemble \succ dans X^2 .
2. Donnez la définition de la relation d'indifférence \sim à partir de \succeq . En déduire l'ensemble \sim dans X^2 .
3. Ecrivez les matrices M^\succeq , M^\succ et M^\sim . Que constatez-vous ?
4. Donnez la représentation de \succeq sous forme de diagramme sagittal.

Exercice 3 (6 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et deux éléments x et y de X . Considérons la relation de préférence au sens large \preceq dans X^2 .

Montrez que s'il existe une fonction $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ telle que :

$$x \preceq y \iff f(x) \leq f(y),$$

alors \preceq est un préordre total.

Exercice 4 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et la relation de préférence au sens strict \succ dans X^2 supposée acyclique. Pour chaque sous-ensemble $A \subseteq X$, $A \neq \emptyset$, on définit une règle de choix par $C(A, \succ) = \{x \in A : \forall y \in A, \neg(y \succ x)\}$.

1. Interprétez l'ensemble $C(A, \succ)$.
2. Qu'implique la propriété d'acyclicité de \succ sur l'ensemble $C(A, \succ)$?
3. Énoncez et commentez l'axiome β de Sen.
4. Proposez un exemple avec trois alternatives x , y et z où $A = \{x, y\}$ et $B = A \cup \{z\}$ pour lequel la règle de choix $C(\cdot, \succ)$ ne satisfait pas à l'axiome β de Sen.