

Analyse de la décision
L2 MASS 2014-2015
Examen final (durée : 1h30)
05/12/2014

Les réponses doivent être clairement rédigées

Exercice 1 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et deux éléments quelconques x et y de X . Considérons la relation de préférence au sens large \succeq dans X^2 .

1. Donnez la définition d'un préordre total pour \succeq .
2. Montrez que s'il existe une fonction $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ telle que :

$$x \succeq y \iff f(x) \geq f(y),$$

alors \succeq est un préordre total.

Exercice 2 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives $X = \{a, b, c, d\}$ et la relation de préférence au sens large dans X^2 donnée par $\succeq = \{(a, a); (a, c); (b, c); (c, a); (c, b); (d, c); (d, d)\}$.

1. Donnez la définition de la relation de préférence au sens strict \succ à partir de \succeq . En déduire l'ensemble \succ dans X^2 .
2. Donnez la définition de la relation d'indifférence \sim à partir de \succeq . En déduire l'ensemble \sim dans X^2 .
3. Ecrivez les matrices M^\succeq , M^\succ et M^\sim . Que constatez-vous ?
4. Donnez la représentation de \succeq sous forme de diagramme sagittal.

Exercice 3 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et la relation de préférence au sens strict \succ dans X^2 supposée acyclique. Pour chaque sous-ensemble $A \subseteq X$, $A \neq \emptyset$, on définit une règle de choix par $C(A, \succ) = \{x \in A : \forall y \in A, \neg(y \succ x)\}$.

1. Interprétez l'ensemble $C(A, \succ)$.
2. Qu'implique la propriété d'acyclicité de \succ sur l'ensemble $C(A, \succ)$?
3. Énoncez et commentez l'axiome α de Sen.
4. Montrez que la règle de choix $C(\cdot, \succ)$ satisfait à l'axiome α de Sen.

Exercice 4 (5 points) : Soit la relation de préférence au sens large \succeq dans $\mathbb{R}^{+*} \times \mathbb{R}^{+*}$ représentée par la fonction d'utilité $u : \mathbb{R}^{+*} \rightarrow \mathbb{R}^{+*}$ qui à chaque $x \in \mathbb{R}^{+*}$ associe $u(x) = x$.

1. Quelles sont les propriétés que doit vérifier la relation de préférence au sens large \succeq ?
2. Proposez trois autres fonctions d'utilité qui représentent \succeq . Justifiez votre réponse.