Analyse de la décision
L2 MASS 2015-2016
Examen final (durée : 2h)
18/12/2015

Les réponses doivent être clairement rédigées

Exercice 1 (4 points) : Soit $\mathcal{R}$ la relation binaire définie sur $\mathbb{R}$ de la manière suivante :

$$x\mathcal{R}y \Longleftrightarrow x^2 - y^2 = x - y.$$

Vérifier que la relation $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

Exercice 2 (6 points) : Soient un ensemble d'alternatives X non-vide et $\mathcal{C} : \mathcal{P}(X)\backslash\{\emptyset\} \longrightarrow \mathcal{P}(X)\backslash\{\emptyset\}$ une fonction de choix telle que $\mathcal{C}(A) \subseteq A$ pour tout $A \in \mathcal{P}(X)\backslash\{\emptyset\}$.

1. Enoncer l'axiome α de Sen pour la fonction de choix $\mathcal{C}$.
2. On suppose que la fonction de choix $\mathcal{C}$ satisfait à l'axiome α de Sen. Vérifier que si $\mathcal{C}(A) = A$, alors $\mathcal{C}(B) = B$ pour tout $B \subseteq A$.
3. Montrer que l'axiome α de Sen est équivalent à :

$$B \subseteq A \implies \mathcal{C}(A) \cap B \subseteq \mathcal{C}(B).$$

Exercice 3 (5 points) : On considère la relation de préférence lexicographique $\geq_L$ définie pour tout $x, y \in \mathbb{R}^2$ par :

$$x \geq_L y \Longleftrightarrow x_1 > y_1 \vee [x_1 = y_1 \wedge x_2 \geq y_2].$$

1. Enoncer la propriété de non-satiabilité locale. Interpréter cette propriété.
2. Vérifier que la relation $\geq_L$ est localement non-satiable (pour chaque alternative $x \in \mathbb{R}^2$ et $\epsilon > 0$, vous pouvez considérer l'alternative $y = (x_1 + \epsilon/2; x_2)$).
3. Existe-t-il une fonction d'utilité qui représente la relation $\geq_L$? Justifier votre réponse.

Exercice 4 (5 points) : On considère la relation de préférence au sens large $\succeq$ définie pour tout $x, y \in \mathbb{R}^2$ par :

$$x \succeq y \Longleftrightarrow x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2.$$

1. Enoncer la propriété de convexité et de convexité stricte.
2. Vérifier que la relation $\succeq$ est convexe mais n'est pas strictement convexe (vous pouvez considérer $x = (1, 0)$, $y = (0, 1)$ et $\alpha = 1/2$).
3. Proposer trois fonctions d'utilité qui représentent la relation $\succeq$? Justifier votre réponse.