Analyse de la décision
L2 MASS 2015-2016
Contrôle continu (durée : 1h30)
23/10/2015

Les réponses doivent être clairement rédigées

Exercice 1 (3 points) : Soit $\mathbb{P}^*$ l'ensemble des nombres premiers strictement supérieurs à 2. On considère la relation binaire R dans $\mathbb{P}^{*2}$ définie de la manière suivante :

$$xRy \Longleftrightarrow \frac{x+y}{2} \in \mathbb{P}^*.$$

La relation R est-elle réflexive, symétrique et transitive ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (6 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et deux éléments quelconques x et y de X. On considère la relation d'indifférence $\sim$ dans X^2.

1. Exprimer la relation d'indifférence $\sim$ à partir de la relation de préférence au sens large $\succeq$.
2. Donner la définition d'une relation d'équivalence pour $\sim$.
3. Montrer que s'il existe une fonction $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que :

$$x \sim y \Longleftrightarrow f(x) = f(y),$$

alors $\sim$ est une relation d'équivalence.

Exercice 3 (6 points) : Soient un ensemble d'alternatives $X = \{a, b, c, d, e\}$ et la relation de préférence au sens large dans X^2 donnée par $\succeq = \{(a, c); (b, c); (c, a); (c, e); (d, c); (d, d); (e, b)\}$.

1. Exprimer la relation de préférence au sens strict $\succ$ à partir de la relation de préférence au sens large $\succeq$. En déduire l'ensemble $\succ$ dans X^2.
2. Donner l'ensemble $\sim$ dans X^2.
3. Ecrire les matrices $M^{\succeq}$, $M^{\succ}$ et $M^{\sim}$. Que constatez-vous ?
4. Donner la représentation de $\succeq$ sous forme de diagramme sagittal.

Exercice 4 (5 points) : Soient un ensemble d'alternatives X fini et la relation de préférence au sens strict $\succ$ dans X^2 supposée acyclique. Pour chaque sous-ensemble $A \subseteq X$, $A \neq \emptyset$, on définit une règle de choix par $C(A, \succ) = \{x \in A : \forall y \in A,\ \neg(y \succ x)\}$.

1. Interpréter l'ensemble $C(A, \succ)$.
2. Donner la définition de la propriété d'acyclicité pour $\succ$.
3. Qu'implique la propriété d'acyclicité de $\succ$ sur l'ensemble $C(A, \succ)$?
4. Montrer que la non-vacuité de $C(A, \succ)$ pour tout sous-ensemble $A \subseteq X$ implique l'acyclicité de $\succ$.