

Licence MASS option Chaînes de Markov : Contenu du cours et prérequis
--

Buts : le cours vise à fournir une introduction aux notions de base concernant les chaînes de Markov, de manière à pouvoir aborder des problèmes de modélisation aléatoire en sciences appliquées (sciences de l'ingénieur et en particulier sciences et technologies de l'information, macro économie et finance).

Prérequis : afin de rester élémentaire le cours ne concerne que les processus sur des espaces finis ou dénombrables ; les notions élémentaires de probabilités (et éventuellement d'algèbre linéaire) seront rappelées au fil des besoins. On reviendra en particulier sur les lois discrètes usuelles (binomiale, géométrique, loi de Poisson) avant de voir comment elles jouent un rôle dans la description des processus de Markov discrets.

Applications : le cours est résolument appliqué ; certains résultats relativement techniques (comme le théorème de convergence par exemple) seront admis sans démonstration, l'accent étant plutôt mis sur les modèles et algorithmes extraits de différents domaines d'application (comme par exemple l'algorithme Page Rank de Google).

Plan :

1. Rappel sur les probabilité conditionnelles
2. **Première partie : chaînes à temps discret**
 - (a) Chaînes de Markov sur un espace fini 1 : description de l'évolution
 - i. Propriété de Markov, équation de Chapman-Kolmogoroff
 - ii. Matrice de transition
 - iii. vecteurs de probabilité et matrices de Markov
 - iv. Distribution stationnaire
 - (b) Chaînes de Markov sur un espace fini 2 : classification des états
 - i. Etats récurrents et états transients
 - ii. Classes de communication et parties irréductibles
 - iii. Comportement en temps grand
 - (c) Applications : graphes et réseaux
 - i. Matrices positives, matrices irréductibles
 - ii. L'algorithme Page Rank de Google
3. **Deuxième partie : chaînes à temps continu**
 - (a) Propriété de Markov, évolution
 - (b) L'équation de Kolmogoroff
 - (c) Rappels sur la loi exponentielle
 - (d) Temps d'attente
 - (e) Comportement en temps grand
4. **Troisième partie : le processus de Poisson**
 - (a) Construction à partir d'un tirage uniforme
 - (b) Temps d'attente
5. **Quatrième partie : applications en sciences sociales et économie**
 - (a) Processus de naissance et de mort
 - (b) Le modèle de Leontieff