

L'examen de L1PC analyse 2013

1. Donner le $DL_2(0)$ (développement limité en 0 à l'ordre 2) de $f(x) = \sqrt{1+x}$.
2. Donner une primitive de $f(x) = x^2 \sin(x)$.
3. Soit $f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x-2}$ pour $x > 0$ et $x \neq 2$.
Peut-on prolonger f par continuité en 2?
4. Donner la dérivée de $f(x) = \operatorname{argch} x$ et les primitives de $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
5. Donner le $DL_2(0)$ (développement limité en 0 à l'ordre 2) de $f(x) = \frac{2+x+x^2}{1+x+2x^2}$.
6. (a) Donner une primitive de $f(t) = \frac{1}{3+t^2}$.
(Indication : on pourra intégrer f et poser le changement de variable $u = \frac{t}{\sqrt{3}}$)
(b) Calculer $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$.
(Indication : on pourra poser $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ et on rappelle alors que $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$)
7. Calculer $(\operatorname{ch} a + \operatorname{sh} a)^2$ en fonction de $\operatorname{ch}(2a)$ et de $\operatorname{sh}(2a)$.
8. Soit $f(x) = \begin{cases} x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$.
L'application f est-elle dérivable en 0?
9. Calculer $a = \arcsin\left(\sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)\right)$.