

*Intégrales impropres*

1. Pour quelles valeurs de  $\alpha$  l'intégrale  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$  est elle convergente ?

2. Montrer que l'intégrale  $\int_0^1 \ln(x) dx$  est convergente. Pouvez vous la calculer ?

3. Justifier la convergence ou non des intégrales suivantes :

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+2x+x^2}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+x^2} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x+\sqrt{x}+x\sqrt{x}}, \quad \int_0^{+\infty} \frac{x}{\ln(x)} dx,$$
$$\int_0^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx, \quad \int_1^{+\infty} \frac{dx}{1-2x+x^2}, \quad \int_{-1}^0 \frac{dx}{1-2x+x^2}, \quad \int_0^1 \frac{x^2}{1-2x+x^2} dx, \quad \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\ln(1-2x+x^2)} dx$$

4. Donner un équivalent quand  $x \rightarrow +\infty$  de

$$\int_0^x \frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}, \quad \int_x^{+\infty} \frac{dt}{t+\sqrt{t}+t\sqrt{t}}$$

\*5. L'intégrale  $\int_0^{+\infty} \sin(x^3) dx$  est elle convergente ? (Faites une intégration par partie judicieuse.)