

Equations différentielles scalaires à variables séparées

1. Trouver une solution des équations différentielles suivantes satisfaisant la condition initiale indiquée. Sur quel intervalle la solution est elle définie ? * Y a til unicité de la solution ?

$$\begin{array}{llll}
 y' = y^2, y(0) = -1 & y' = y^{\frac{2}{3}}, y(1) = 1 & yy' - x = 0, y(1) = -1 & yy' + x = 0, y(1) = 1 \\
 x^3y' + y = 0, y(0) = 0 & x^3y' - y = 0, y(0) = 0 & x^3y' - y = 0, y(0) = 1 & x^3y' - y = 0, y(-1) = 1 \\
 xy' - 2y = 0, y(0) = 1 & xy' - 2y = 0, y(0) = 0 & &
 \end{array}$$

Equations diff. linéaires d'ordre 1 avec second membre

2. Donner les solutions des eq. diff. suivantes définies sur l'intervalle indiqué puis donner celle vérifiant la condition initiale indiquée :

$$y' + 5y = e^x \text{ sur } \mathbb{R}, y(1) = 1$$

$$y' - xy = x \text{ sur } \mathbb{R}, y(0) = -1$$

$$xy' - y = x \text{ sur }]0, +\infty[$$

$$y'(1 - x^2) + xy = x \text{ sur }]1, +\infty[$$

$$(1 - x^2)y' - xy = \frac{2x^3}{1-x^2} \text{ sur }]-1, 1[, y(0) = 2 \text{ puis } y(\frac{1}{2}) = 0.$$

Raccord des solutions

3. Donner les solutions définies sur $] - \infty, 0[$ puis sur $]0, +\infty[$ des équations différentielles suivantes. Quelles sont les solutions définies sur \mathbb{R} entier ?

$$xy' + y = \cos(x).$$

$$xy' + y = e^x$$

$$\sin(x)y' + \cos(x)y = \sin(x) \cos(x).$$

Equations différentielles linéaires d'ordre 2

4. Résoudre

$$y'' + 2y' - 3y = \sin(x)$$

$$y'' + 2y' + y = xe^{-x}$$