

Durée prévue : une heure ; documents et matériel électronique interdit

Justifiez correctement chaque calcul.

1. a. Donner (calculer) le développement limité à l'ordre 2 en $x = 2$ de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$.

b. Donner le DL à l'ordre 2 en $x = 0$ de $\cos(x)$ puis de $\sqrt{1 + \cos(x)}$.

c. Que vaut

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \cos(x)} - \sqrt{2}}{1 - \cos(x)} \quad ?$$

2. a. L'intégrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}}$$

est elle convergente ?

b. Qu'en est il de l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x + x^3}} \quad ?$$

3. a. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle

$$y' + 4y = 0 \quad ?$$

b. Quelle est la solution de l'équation différentielle

$$y' + 4y = x$$

prenant la valeur 0 en $x = 0$?