

Ex. 1 Dire lesquelles parmi les matrices suivantes sont régulières (Expliquer)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ex. 2 Chaque jour j'utilise comme moyen de transport soit le train soit la voiture, mais je ne prend jamais le train deux jours de suite. Par contre si j'ai utilisé la voiture la veille j'ai la même probabilité de prendre soit le train soit la voiture.

Ecrire la matrice de transition de ce processus de Markov.

* (Quelle est la probabilité que j'utilise le train le cinquième jour)
* facultatif

Ex. 3 M. érudite rédige ses devoirs le soir sept fois sur dix. Il ne travaille jamais deux soir de suite et s'il n'a pas travaillé un soir il a 60% de chance de ne pas travailler aussi le soir suivant.

À long terme quelle est la probabilité pour qu'il travaille le soir

Ex. 4 Nous avons deux boîtes A et B.

Dans la boîte A on y trouve deux boules blanches, dans la boîte B trois boules rouges.

On sort au hasard une boule de chaque boîte et on échange (i.e. on met dans la boîte B celle sortie de la boîte A ----)

(a) Trouver la matrice de transition de ce processus de Markov

(b) Quelle est la probabilité de trouver 2 boules rouges dans la boîte A, après 3 tirages?

(c) Quelle est, à long terme, la probabilité d'avoir deux boules rouges dans la boîte A?

Ex. 0 Trouver le vecteur fixe (vecteur probabilité) pour la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$