



Processus de Markov

Contrôle du 16 novembre 2007, durée de l'épreuve : 1h

I. (4 points) Soit $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ la matrice de transition d'un processus de Markov

et $p^{(0)} = (1/3, 2/3)$ la distribution de prob. initiale

Calculer : $p_{4,2}^{(3)}$; $p^{(3)}$ Facultatif : $p_2^{(3)}$

II. (4 points) Soit $u = (1/4, 0, 1/2, 1/4, 0)$ le vecteur fixe d'une matrice P stochastique.
La matrice P sera-t-elle régulière? Expliquer clairement.

III. (8 points) On lance une pièce de monnaie jusqu'à obtenir trois fois "face".
On note a_i l'état "avoir obtenu i faces"

(a) Ecrire la matrice de transition de ce processus.

(b) Cette matrice est-elle régulière? Expliquer votre réponse.

(c) Pourquoi la présence d'un état absorbant vous assure-t-elle que la matrice de transition n'est pas régulière?

IV. (6 points) Un joueur possède 2 euros.

Il paie 1 euro à la fois et gagne une fois sur deux.

Il arrête de jouer soit quand il n'a plus d'argent, soit quand il se retrouve avec 6 euros au poche.

Quelle est la probabilité pour qu'il puisse jouer au plus cinq fois avant de se retrouver sans argent?

Bonne chance!

- Si vous avez des difficultés avec un exercice, répondez à la question de cours suivante :

(6 points) Démontrer que si P est la matrice de transition d'un processus de Markov, alors $P^{(n)}$, la matrice de transition après n -étapes, n'est rien d'autre que la matrice P^n .

ou à la question que H. Dehon écrira au tableau.