COLLOQUE LEM2I : ANALYSE STOCHASTIQUE

23-25 NOVEMBRE 2015

Résumé des minicours

N. Berglund (Orléans). Modèles neuronaux et structures de régularité.

Résumé : Les neurosciences sont une source très riche en modèles stochastiques intressants. Dans la premire partie de cet exposé, je passerai en revue quelques-uns des modles les plus importants utilisés pour décrire la dynamique du potentiel d'un neurone isolé. Je parlerai ensuite de résultats en collaboration avec Damien Landon sur la loi de l'intervalle interspike dans le modle de FitzHugh-Nagumo. Dans la seconde partie de l'exposé, je parlerai de quelques modèles dits de champs neuronaux, décrivant de grands ensembles de neurones en interaction. Je donnerai finalement quelques détails sur une EDPS de FitzHugh-Nagumo, récemment étudiée en collaboration avec Christian Kuehn, où on peut appliquer une extension de la théorie des structures de régularité de Martin Hairer afin de construire des solutions.

A. Es–Sarhir (Agadir). Invariant measures for semilinear stochastic PDEs.

Résumé : Consider a semilinear stochastic evolution equations of the type

$$dX(t) = \Big(AX(t) + F(X(t))\Big)dt + CdW_t, \quad t \geq 0, \qquad \text{(E)}$$

defined on a separable real Hilbert space H. Here A and C are linear operators on H. F is a nonlinear function, and $(W_t)_{t\geq 0}$ is a Gaussian random process in H.

The equation above can be seen as an abstract formulation of many partial differential equations perturbed by random noise such as stochastic reaction diffusion, Allen-Cahn, Burgers equations.

In this talk, I will discuss existence, uniqueness and moment estimates of invariant measures corresponding to (E). In the first part of the talk, I will study the case when the drift term F is regular (local Lipschitz). As example of application, I will discuss reaction diffusion equations. The second part deals with the case when F is not locally Lipschitz. In this part, we will present results concerning stochastic Cahn-Hilliard and Burgers equations.

The talk is based on joint works with Wilhelm Stannat (TU Berlin).

C. Labbé (Dauphine). Des rough paths aux structures de régularité.

Résumé : Le but de l'exposé est d'introduire la théorie des structures de régularité de Martin Hairer - théorie permettant de construire les solutions de certaines EDP stochastiques singulières. En prenant comme exemple d'application le modèle d'Anderson parabolique sur le tore de dimension 2 et 3, je présenterai certains aspects importants de cette théorie (séries de Taylor généralisées, théorème de reconstruction, renormalisation). Je commencerai dans un premier temps par rappeler quelques idées venant de la théorie des rough paths.

N. Champagnat (INRIA Nancy). Convergence exponentielle uniforme vers la distribution quasi-stationnaire en dynamique des populations.

Résumé : On considre un processus de Markov général de dynamique de population, absorbé lorsqu'un ou plusieurs (sous-)populations s'éteint. Le but de l'exposé est de présenter des critères garantissant la convergence exponentielle des tailles de population conditionnellement à la non-absorption, uniforme par rapport à la condition initiale. Ce dernier point est important en pratique car la distribution initiale de la population n'est en général pas connue précisément. On démontre que cette convergence uniforme est équivalente à deux conditions, la première exprimant que le processus descend rapidement de l'infini et s'éloigne des zones avec fort taux d'absorption lorsqu'il n'est pas absorbé, et la seconde que le processus ne peut pas survivre beaucoup que lorsqu'il est issu d'un ensemble compact. On donne ensuite des critres explicites impliquant ces conditions dans le cas des processus de naissance et mort et des diffusions, en dimension 1 et plus.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Denis Villemonais.

S. El Mourchid (Agadir). Sur une caractérisation de l'invariance d'une mesure gaussienne.

Résumé : Il est très connu que la propriété de dépendance sensible aux conditions initiales rend impossible la prédiction du comportement des systèmes dynamiques et c'est pour cette raison que l'on les qualifie de chaotiques bien qu'ils soient décrits d'une manière purement déterministe [1]. Aussi faut il préciser que ce caractère chaotique était typiquement et souvent associé aux phénomènes non linéaires, mais il s'est avérée qu'un système dynamique linéaire de dimension infinie peut bien avoir les mêmes caractéristiques qu'un système non linéaire. Plusieurs modèles linéaires décrivant l'évolution de populations de particules ou de cellules ont montré un comportement chaotique [3], [5], [9], [6], [4], et pour le montrer, des méthodes et des techniques d'analyse fonctionnelles ont été élaborées dans ce sens, voir par exemple, [6], [7], [8]. Bien qu'un système qualifié de chaotique et imprévisible et donc ses trajectoires ont un comportement erratique, il est parfois possible de vérifier

qu'elles sont presque toutes statistiquement stables dans le sens où les moyennes temporelles convergent vers des limites

finies. Cette propriété est connue dans la littérature sous le nom d'ergodicité. R. Rudnicki a posé la question dans, [13], de savoir si tout système chaotique pourrait bien jouir de cette propriété. Des réponses partielles ont été données en [11], [10] en donnant des con- ditions suffisantes d'existence d'une mesure gaussienne invariante non dégénérée pour laquelle le système est ergodique et même fortement mélangeant. Dans cet exposé, qui est le sujet d'un travail en cours, [12], on caractérisera l'invariance de cette mesure moyennant le générateur qui est toujours une donné de modèle décrivant l'évolution du système.

Références.

(1) R.L.Devaney, An introduction to chaotic dynamical systems, Addison-Wesly, 1989.
(2) W. Desch, W. Schappacher, and G. F. Webb, Hypercyclic and chaotic semigroups of linear operators, Ergodic Theory Dynam. Systems, 17, 1997.
(3) J. Banasiak, M. Lachowicz, Topological chaos for birth-and-death-type models with proliferation, Math. Models Methods Appl. Sci, 12, 2002.

(4) R. DeLaubenfels, H. Emamirad, Chaos for functions of discrete and continuous weighted shift operators, Ergodic Theory and Dynam. Systems 21 (2001), 1411-1427.
(5) R. Rudnicky, Chaos for some infinite-dimensional dynamical systems, Meth. Appl. Sci., 27 (2004), 723-738.
(6) W. Desch, W. Schappacher, and G. F. Webb, Hypercyclic and chaotic semigroups of linear operators, Ergodic Theory Dynam. Systems 17 (1997), 793–819.
(7) S. EL Mourchid, On a hypercyclicity criterion for strongly continuous semigroups, Discr. Contin. Dyn. Syst. 13 (2005), 271-275.
(8) S. EL Mourchid, The imaginary point spectrum and hypercyclicity, Semigroup Forum. 73 (2006), 313-316.
(9) S. EL Mourchid, G. Metafune, A. Rhandi, J. Voigt, On the analysis of the chaotic behavior of a size structured cell population,J. Math. Anal. Appl,339 (2008)
(10) F. Bayart and S. Grivaux, Invariant Gaussian measures for operators on Banach spaces and linear dynamics, London, Math. Soc.,(3) 94 (2006), pp 181-210
(11) S. EL Mourchid, K. Latrach, On the ergodic approach for the study of chaotic linear infinite dimensional systems, Differential integral equations 11 (2013), 1321-1333.
(12) S. EL Mourchid, On a characterization of the invariant Gaussian measure for a strongly continuous semigroups preprint (2015).
(13) R. Rudnicki, Chaos for some infinite-dimensional dynamical systems, Math. Meth. Appl. Sci., 27 (2004), 723-738.

E. H. Essaky (Marrakech). On the $\frac{1}{H}$-variation of the divergence integral with respect to fractional Brownian motion with Hurst parameter $H < \frac{1}{2}$.

Résumé : In this talk, we study the $\frac{1}{H}$-variation of stochastic divergence integrals $X_t = \int_0^t u_s \delta B_s$ with respect to a fractional Brownian motion B with Hurst parameter $H < \frac{1}{2}$. Under suitable assumptions on the process u, we prove that the $\frac{1}{H}$-variation of X exists in $L^1(\Omega)$ and is equal to $e_H \int_0^T |u_s|^{\frac{1}{H}} ds$, where $e_H = \mathbb{E}\left[|B_1|^{\frac{1}{H}}\right]$. In the second part of the talk, we establish an integral representation for the fractional Bessel Process $\|B_t\|$, where B_t is a d-dimensional fractional Brownian motion with Hurst parameter $H < \frac{1}{2}$. Using a multidimensional version of the result on the $\frac{1}{H}$-variation of divergence integrals, we prove that if $2dH^2 > 1$, then the divergence integral in the integral representation of the fractional Bessel process has a $\frac{1}{H}$-variation equals to a multiple of the Lebesgue measure.

K. Essebaiy (Marrakech). On parameter estimation for SDEs related to stationary Gaussian processes.

Résumé : We study central and non-central limit theorems for partial sums of functionals of Gaussian sequences of the form Z+Y where Z is a stationary Gaussian sequence and Y is a sequence of random variables. We apply our result to study drift parameter estimation problems for stochastic differential equations related to stationary Gaussian processes.

P. Gassiat (Dauphine). Calcul de Malliavin pour l'équation de PAM généralisée.

Résumé : L'équation de PAM 2D généralisée s'écrit

$$(\partial_t - \Delta)u = f(u)\xi, \quad u(0) = u_0,$$

où ξ est un bruit blanc en espace sur le tore $\mathbb{T}^2$. C'est une EDPS singulière, au sens où on ne peut pas donner de sens canoniquement au produit apparaissant dans le second membre

de l'équation. Récemment, la théorie des structures de régularité développée par Hairer a permis de donner une bonne notion de solution pour ce type d'équations. Dans mon exposé, j'expliquerai comment on peut combiner cette théorie avec les outils du calcul de Malliavin, ce qui permet notamment d'obtenir des résultats d'existence de densité pour les lois marginales de la solution. Il s'agit d'un travail en commun avec G. Cannizzaro et P. Friz (TU Berlin).

E. Luçon (Paris Descartes). Modèles de neurones en champ moyen avec interactions spatiales.

Résumé : On distingue généralement deux classes de modèles pour la modélisation de neurones en grande population: soit des modèles de diffusions (de type Hodgkin-Huxley ou FitzHugh-Nagumo), soit des modèles à sauts (de type integrate-and-fire ou processus de Hawkes). Je parlerai ici de généralisations de modèles de diffusions en champ-moyen, en présence dun environnement aléatoire (modlisant une inhomogénéité entre neurones) et où l'interaction entre particules dépend d'une variable spatiale. Dans ce cas, une particule a une position fixe dans $\mathbb{Z}^d$ et interagit plus fortement avec ses voisins proches qu'avec les particules éloignées. Un exemple intéressant est le cas d'interactions à décroissance polynomiale en la distance.

Je parlerai de la convergence en grande population de la mesure empirique du système vers une limite de type McKean-Vlasov ainsi que des fluctuations autour de cette limite. Dans le cas polynomial, il est possible de montrer une transition de phase: pour une interaction forte entre particules, les fluctuations restent gaussiennes, alors que pour une interaction faible, les fluctuations deviennent déterministes (travail en commun avec Wilhelm Stannat, TU Berlin).

Y. Ouknine (Marrakech). Reflected bsde with optional barriers and limit theorems.

H. Ourdiane (Tunis). Evolution Equations in Infinite Dimensional Distribution spaces.

Résumé : In this talk we consider the following infinite dimensional evolution equation

$$\frac{\partial U_t}{\partial t} = (-1)^{p+1}\frac{1}{2}\,\Delta_G^p U_t + V_t, \quad p \in \mathbb{N},$$

where Δ_G is the Gross Laplacian and V is a potential function. The initial condition is a generalized analytical functional.

The main technique we use is the representation of the Gross Laplacian as a convolution operator. This representation enables us to apply the convolution calculus on a suitable infinite dimensional distribution space to obtain the explicit solution of the perturbed evolution equation. Our results generalize the finite dimensional parabolic partial differential equation considered by K. J. Hochberg :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (-1)^{n+1}\frac{\partial^{2n} u}{\partial x^{2n}}, \quad n \geq 1.$$

For the case $p = 1$ and $V = 0$, we recover the solutions of the classical heat equation associated to the Gross Laplacian.

A. Réveillac (Toulouse). Stochastic regularization effects of semi-martingales on random functions.

Résumé : In this talk we address an open question formulated by Flandoli, Gubinelli and Priola in 2010. That is, we extend the Itô-Tanaka trick, which links the time-average of a deterministic function f depending on a stochastic process X and F the solution of the Fokker-Planck equation associated to X, to random mappings f. To this end we provide new results on a class of adpated and non-adapted Fokker-Planck SPDEs and BSPDEs. This constitutes a joint work with Romain Duboscq.

A. Richard (INRIA Sophia Antipolis). Continuity in the Hurst parameter of certain functionals of fractional Brownian motion.

Résumé : The fractional Brownian motion (fBm) is now widely used in many models, and although the statistical determination of H is well-studied problem, the sensitivity in the Hurst parameter of the model is in general unknown. In this talk, we will present several examples where the continuity (strong or in law) in the Hurst parameter can be established. Our examples include a family of fractional Brownian fields and the hitting times of fractional diffusions.

J. Vovelle (Lyon). Lois de conservation scalaires et systmes des équations d'Euler isentropique avec forage stochastique.

Résumé : Je présenterai l'existence de solutions aux équations d'Euler isentropique avec termes de forçage stochastique dans l'équation en moment. Je discuterai des problématiques suivantes, qui y sont liées : nature des solutions considérées et comportement en temps grand. Sur ce dernier point je ferai une digression sur les résultats obtenus dans le cas des lois de conservations scalaires. Il s'agit de travaux en collaboration pour partie avec Arnaud Debussche (Rennes), pour partie avec Florent Berthelin (Nice).

Liste des participants

(1) Nacira Agram, Université Biskra, Algérie, nacira.agram@hotmail.fr
(2) Nils Berglund, Université Orléans, nils.berglund@univ-orleans.fr
(3) Nicolas Champagnat, INRIA Nancy, Nicolas.Champagnat@inria.fr
(4) Khalil Chouck, TU Berlin, khalil.chouk@gmail.com
(5) François Delarue, Nice
(6) Roland Diel, Nice
(7) Romaind Dubosc, INSA Toulouse, romain.duboscq@insa-toulouse.fr
(8) Samir El Mourchid, Universit Agadir, Maroc, s.elmourchid@uiz.ac.ma
(9) El Hassan Essaky, Université Marrakech, essaky@uca.ma
(10) Khalifa Essebaiy, Université Marrakech, k.essebaiy@uca.ma
(11) Abdelhadi Es-Sarhir, Université Agadir, Maroc, a.es-sarhir@uiz.ac.ma
(12) Rinel Foguen, Nice
(13) Paul Gassiat, Université Paris Dauphine, gassiat@ceremade.dauphine.fr
(14) Rafika Gatt, Université Biskra Algérie, rafika_gatt@yahoo.com,
(15) Stéphane Junca, Université de Nice, Stephane.JUNCA@unice.fr
(16) Cyril Labbé, Université Paris Dauphine, C.Labbe@warwick.ac.uk,
(17) Eric Luçon, Université Paris Descartes, lucon.eric@gmail.com

(18) Thibault Mastrolia, Univesité Paris Dauphine, thibaut.mastrolia@ceremade.dauphine.fr
(19) Brahim Mezerdi, Université Biskra, Algérie, bmezerdi@yahoo.fr
(20) Meriem Mezerdi, Université Biskra, Algérie, m_mezerdi@yahoo.fr
(21) Hadjer Moussaoui, Université de Toulon, hadjer.moussaoui07@gmail.com
(22) Habib Ouerdiane, Université Tunis, habib.ouerdiane@gmail.com
(23) Youssef Ouknine, Université Marrakech, Maroc, ouknine@uca.ac.ma
(24) Anthony Réveillac, INSA Toulouse, anthony.reveillac@insa-toulouse.fr
(25) Alexandre Richard, INRIA Sophia Antipolis, alexandre.richard@inria.fr
(26) Rym Salhi, Université Tunis, salhirym@yahoo.fr
(27) Milica Tomasevic, INRIA Sophia
(28) Julien Vovelle, Université Lyon, vovelle@math.univ-lyon1.fr