

Mécanique des fluides/*Fluid Mechanics*

Étude expérimentale du déphasage dans l'interaction houle-onde solitaire

Didier CLAMOND et Eric BARTHÉLÉMY

Résumé – Nous étudions expérimentalement l'interaction d'une onde solitaire de surface avec une onde de courte longueur d'onde. Des estimations du déphasage subi par l'onde courte sont données. Une technique précise d'analyse harmonique permet d'obtenir expérimentalement ces déphasages. On montre que les prédictions théoriques sont en bon accord avec les mesures expérimentales.

Experimental determination of the phase shift in the Stokes wave-solitary wave interaction

Abstract – The phase shift of a Stokes wave interacting with a solitary wave is determined experimentally. A specific technique of harmonic analysis was developed to measure the phase shift with high degree of accuracy. It is found that observed values agree well with the prediction of a recent analysis by one of the authors.

1. INTRODUCTION. – L'interaction d'ondes est un sujet d'intérêt aussi bien en océanographie que dans des études de stabilité d'écoulements. Ces interactions se traduisent parfois par des changements de phase des ondes en jeu. Il est bien connu que dans le cadre de la théorie linéarisée des ondes de surface, les ondes en interactions avec des obstacles subissent des déphasages mesurables expérimentalement (Mattson, 1962). Maxworthy (1976) a mis en évidence un déphasage dans l'interaction entre ondes solitaires. Celui-ci a été précisément mesuré par Renouard (1985) dans le cas d'une interaction faible. Dans les expériences décrites au paragraphe 2 une onde solitaire de surface est engendrée, elle interagit avec une houle de haute fréquence. Rappelons que sous l'effet d'une onde solitaire une particule fluide se trouve déplacée horizontalement d'une quantité L . Ces ondes induisent donc un déplacement net de matière. Lors de l'interaction les mouvements des ondes se combinent. En première approximation la surface libre sinusoïdale de l'onde courte est translatée conduisant à un déphasage $\Delta\phi$ de celle-ci. On peut évaluer heuristiquement ce déphasage (Barthélémy, 1991) si l'on connaît une expression de L (Temperville, 1985). Il peut être aussi calculé analytiquement (Clamond, 1994). Dans les deux cas il peut être mis sous la forme suivante :

$$(1) \quad \chi = \frac{\Delta\phi}{K} = \sqrt{A/h}$$

L'expression de K est dans la formule théorique :

$$(2) \quad K = \frac{4kh}{\sqrt{3}} \frac{1 - C_g + C/2}{1 + C_g}$$

et dans la formule heuristique :

$$(3) \quad K = \frac{4kh}{\sqrt{3}}$$

Note présentée par René MOREAU.

avec :

$$(4) \quad C = \frac{\omega}{k}, \quad C_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right), \quad \frac{\omega^2}{g} = k \tanh(kh)$$

Dans ces formules, A est l'amplitude de l'onde solitaire, h la profondeur d'eau au repos, ω la pulsation de l'onde haute fréquence, k son nombre d'onde et g l'accélération de la gravité. C est la célérité de phase et C_g la vitesse de groupe de l'onde courte. On remarquera que l'amplitude de l'onde courte n'intervient ni dans la formule (2) ni dans (3).

2. DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE. — Les expériences ont eu lieu dans le canal à houle en verre de 36 m de long et de 0,55 m de large du LEGI. Ce canal est muni à l'une de ses extrémités d'un batteur piston capable de générer des ondes solitaires, et à l'autre extrémité d'un batteur coin générateur d'ondes courtes. Le batteur piston, imparfait, engendre aussi un train d'ondes dispersives qui suit l'onde solitaire, celui-ci a une amplitude de l'ordre de 10% de A . Le batteur coin est animé d'un mouvement alternatif sinusoïdal pur. L'analyse harmonique d'une houle, générée par ce batteur, révèle que l'amplitude du premier harmonique est dix fois plus faible que celle du fondamental. L'expérience consiste à générer une houle de courte longueur d'onde et un soliton se propageant en sens contraire, ceci pour diverses amplitudes du soliton et fréquences de l'onde courte. L'amplitude de cette dernière est fixée à environ 5 mm.

Les grandeurs physiques choisies pour nos expériences sont : une profondeur d'eau au repos de 0,255 m, deux fréquences de houles courtes : 1,5 et 2,3 Hz. L'amplitude de la houle est de 5 mm. Les amplitudes relatives A/h des solitons varient de 0,05 à 0,7.

3. MÉTHODE DE MESURE DU DÉPHASAGE. — Pour pouvoir faire ces mesures précisément, nous avons utilisé une méthode reposant sur l'analyse harmonique. Il s'agit de déterminer la phase à l'origine d'un signal discret, $s(t)$ acquis entre les instants t_i et t_f (t_i ne coïncidant pas nécessairement avec $t = 0$, t_i est choisi de sorte que l'onde courte apparaisse comme établie sur les enregistrements). Dans notre étude, ce signal représente une houle de Stokes. Nous savons qu'un tel signal est harmonique de pulsation fondamentale ω . $s(t)$ est interpolé à l'aide d'un polynôme trigonométrique \bar{s} , de la forme :

$$(5) \quad \bar{s}(t) = \sum_{n=-N}^N c_n \exp(in\omega t)$$

Le nombre d'harmoniques N , est fixé *a priori*. Ce choix dépend de la nature du signal à traiter. c_{-n} est le complexe conjugué de c_n . Les nombres complexes c_n sont déterminés par une méthode de moindres carrés. Celle-ci conduit à la résolution d'un système linéaire pour les c_n . On réécrit \bar{s} sous une forme contenant une amplitude et une phase :

$$(6) \quad \bar{s}(t) = \sum_{n=0}^N a_n \sin(n\omega t + \phi_n), \quad \tan(\phi_n) = -\frac{\operatorname{Re}(c_n)}{\operatorname{Im}(c_n)}, \quad \phi_n \in [0, 2\pi]$$

ϕ_n est la phase à l'origine ($t = 0$) de l'harmonique de rang n . Re et Im désignant respectivement les parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe.

L'analyse harmonique d'un signal nécessite la connaissance de la pulsation fondamentale ω . Une faible erreur sur la détermination de ω peut entraîner une erreur considérable sur la phase à l'origine. En pratique, les signaux que nous avons à traiter s'étalent sur une courte durée : il y a peu de périodes de la houle dans un enregistrement (fig. 1). La détermination de ω à l'aide d'une transformation de Fourier discrète, n'est donc généralement pas assez

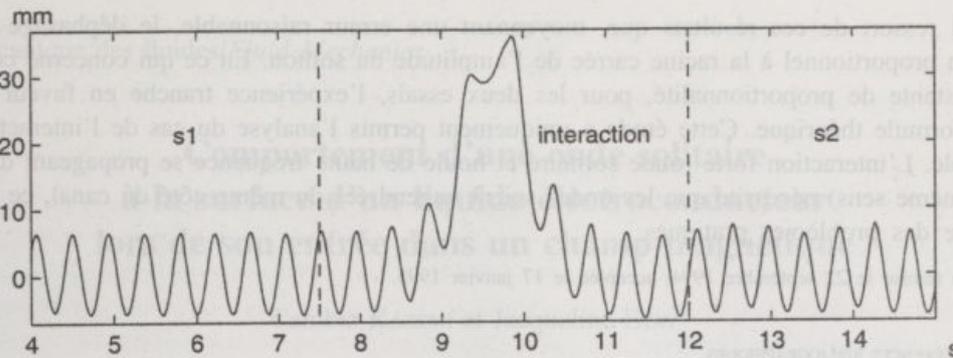


Fig. 1. — Exemple d'enregistrement à une abscisse donnée du canal de la dénivellation de surface libre en fonction du temps.

Fig. 1. — Sample record of the surface elevation versus time at a given location in the flume.

précise. Pour ce faire, nous cherchons par un procédé de dichotomie la valeur approchée de ω qui minimise l'écart quadratique moyen de l'analyse harmonique.

On doit déterminer la différence de phase à l'origine ($t = 0$) entre le fondamental du signal s_1 (train avant interaction) et celui du signal s_2 (train après interaction). Nous appellerons cette différence déphasage de l'onde haute fréquence. Des tests montrent que la présence d'un bruit blanc affecte très peu le résultat. En revanche, si l'onde est modulée en amplitude, le signal n'est plus harmonique et les erreurs peuvent être importantes. C'est ce qui se produit dans la partie s_2 où l'onde dispersive associée à l'onde solitaire module l'onde courte. Nous avons effectué les mesures à l'aide de cinq sondes. Pour un même essai, nous avons donc cinq mesures du déphasage. Les écarts de valeurs entre sondes varient de quelques degrés pour les solitons de faibles amplitudes, à quarante degrés pour les grands solitons. Ce résultat montre qu'en tant que tel la technique de mesure de la phase est précise.

4. ANALYSE DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX. — Les résultats expérimentaux sont portés sur la figure 2. Celle-ci montre deux graphes correspondants aux deux fréquences de houle choisies.

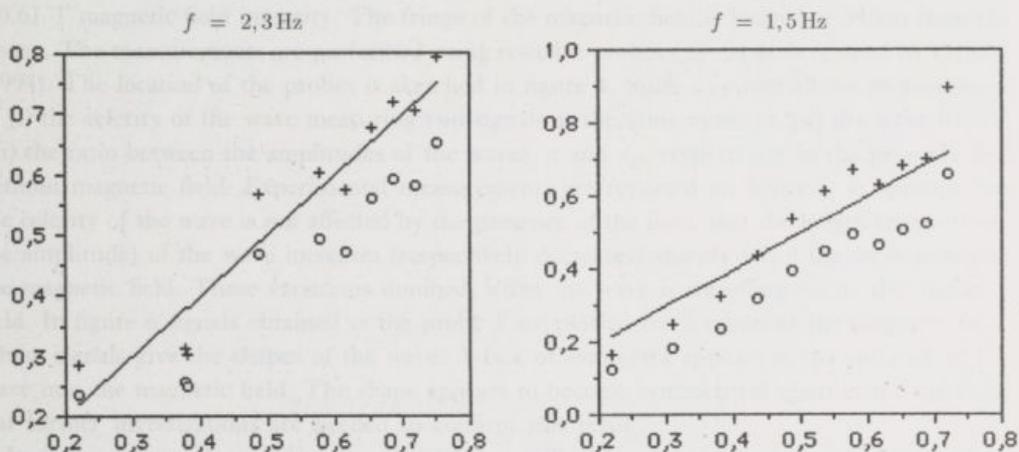


Fig. 2. — Déphasage adimensionnel χ en fonction de $\sqrt{A/h}$ (—) $\chi = \sqrt{A/h}$, (○) χ avec (3), (+) χ avec (2).

Fig. 2. — Non dimensional phase shift χ versus $\sqrt{A/h}$ (—) $\chi = \sqrt{A/h}$, (○) χ with (3), (+) χ with (2).

Il ressort de ces résultats que, moyennant une erreur raisonnable, le déphasage est bien proportionnel à la racine carrée de l'amplitude du soliton. En ce qui concerne cette constante de proportionnalité, pour les deux essais, l'expérience tranche en faveur de la formule théorique. Cette étude a uniquement permis l'analyse du cas de l'interaction faible. L'interaction forte (onde solitaire et houle de haute fréquence se propageant dans le même sens) nécessite que les ondes soient engendrées du même côté du canal, ce qui pose des problèmes pratiques.

Note remise le 22 septembre 1994, acceptée le 17 janvier 1995.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- E. BARTHELEMY, D. CLAMOND et E. MORIN, *Proceedings 3^e Journées de l'Hydrodynamique*, Grenoble, 1991, p. 179-189.
 D. CLAMOND, *Thèse de Docteur en Mécanique*, UJF, Grenoble, 1994.
 A. MATTSSON, *La Houille Blanche*, 1, 1962, p. 64-77.
 T. MAXWORTHY, *J. Fluid Mech.*, 76/1, 1976, p. 177-185.
 D. RENOARD, F. J. SEABRA SANTOS et A. TEMPERVILLE, *Dyn. Atmospheres and Oceans*, 9, 1985, p. 341-358.
 A. TEMPERVILLE, *Thèse d'Etat*, UJF, Grenoble, 1985.

LEGI, BP 53X, 38041 Grenoble Cedex, France.

