Université de Nice
Département de Mathématiques
L3 MASS, année 2011-2012, semestre 2
Finance Stochastique
2011-2012.

NOM :
PRENOM : Groupe : .

TP2 : Simulations de trajectoires d'un modèle CRR à n étapes

Exercice 1. : Calculer à l'aide du code du TP1 la marche de Wiener $W(i, j)$ et la marche Cox Ross et Rubinstein $S(i, j)$. On prendra cette fois $n = 50$, $S0 = 130$ et $\sigma = 0.4$. Quelles valeurs sont atteintes par ces deux marches en $T = n\delta t$ s'il y a eu 20 up ? Même question en $t = 30\delta t$?

Exercice 2. : Tracé d'une trajectoire Une trajectoire de la marche CRR est caractérisée par une suite de `up,down` que nous représentons par une suite de 1 et de 0. On appelle $J(i)$ la fonction qui donne pour une trajectoire le nombre de `up` entre l'instant $t = 0$ et l'instant $t = i\delta t$. Ainsi pour la trajectoire donnée par la suite $1, 1, 0, 0, 0, 1, 0$, $J(2) = J(5) = 2$ et $J(6) = 3$.

1. Saisir le code suivant :
```
deltaJ=[0 1 1 0 1 1 0 1 1];
J=cumsum(deltaJ);
Traj=zeros(1,n+1);
Traj(1)=SS(1,1);
for i=1 :n
Traj(i+1)=SS(i+1,J(i)+1);
end;
plot2d(0 :9,Traj);
```
`Ce code` utilise l'instruction `cumsum`. En vous aidant de l'aide en ligne de Scilab, indiquer ce que fait cette instruction. Puis expliquer, ligne après ligne, ce que fait ce code.

2. Tracer plusieurs trajectoires en changeant le nombre de pas de temps n et la suite des 0 et 1. Pour $n = 6$, quelle valeur est atteinte par une trajectoire pour laquelle la succession des 0 et 1 est toujours égale à 0 ? Toujours égale à 1 ? est une alternance régulière de 0 et de 1 ? Expliquez.

Exercice 3. : Simulation d'une suite de 0 et de 1

1. La fonction `rand()` de Scilab (comme la touche `random` d'une calculette) renvoit un nombre aléatoire compris entre 0 et 1, distribué selon une loi uniforme sur $[0, 1]$. La fonction `0.5+rand()` renvoit encore un nombre aléatoire, mais il n'est plus distribué selon une loi uniforme sur $[0, 1]$. Quelle loi de probabilité est simulée par cette fonction ?

2. Si l'on précise `rand(n,m)`, on obtient une matrice de taille $n \times m$ dont toutes les composantes sont des nombres aléatoires distribués selon une loi uniforme sur $[0, 1]$. Faire quelques essais pour diverses (petites) valeurs de n et de m. Expliquez ce que font les deux instructions suivantes :
   `x=rand(1,1000);histplot(10,x);`

3. En vous aidant de l'aide en ligne de Scilab, indiquer ce que fait l'instruction `int`. La fonction `int(0.5+rand())` renvoit un nombre aléatoire. Quelles valeurs observez-vous ? Expliquez quelle loi est simulée par cette fonction.

Exercice 3. :

1. On souhaite à présent simuler un nombre M de trajectoires de la marche CRR en utilisant la commande `rand(n,M)` Que retourne `int(0.5+rand(n,M))` ? Et `int(p+rand(n,M))` pour $p \in [0, 1]$?

2. Et, si l'on pose `deltaJ=int(p+rand(n,M))`, que retourne `cumsum(deltaJ,"r")` ?

3. On suppose $n = 100$. Simuler $M = 40$ trajectoires en choisissant $p = 0.5$. En reproduisant la simulation avec d'autres valeurs de la volatilité σ, étudier et expliquer l'influence de ce paramètre sur la forme des trajectoires.

Exercice 6. : Simuler de même M trajectoires de la marche de Wiener et comparer avec les trajectoires de CRR.