

Calcul stochastique : feuille réponses du TP 9
Frontière d'exercice du Put Américain (suite)

On reprend les notations des TP précédents, avec les constantes suivantes $n = 50$, $T = 1$, $\sigma = 0.4$, $S_0 = 100$ et $r = 0.25$.

Exercice 1. : Afin de tracer la frontière d'exercice du Put Américain, on définit une matrice $EPA(i+1, j+1)$ (pour "Exercice du Put Américain") qui vaut 1 aux points (i, j) de l'arbre de Cox situés en dessous de la frontière d'exercice et 0 aux points situés au dessus. On pourra initialiser cette matrice par $EPA = -ones(n+1, n+1)$ pour remplir les points inintéressants de la matrice par des -1 . Au code du TP de la semaine ternière ajouter le code suivant :

```

////////Definition de la matrice EPA (Exercice du Put Americain)////////
EPA=-ones(n+1,n+1);
for j=0:n
    if SS(n+1,j+1)<K+1 then EPA(n+1,j+1)=1;
    else EPA(n+1,j+1)=0;
    end
end;
for i=n-1:-1:0
    for j=0:i
        if psi(SS(i+1,j+1)) > (p*PPAmer(i+2,j+2)+(1-p)*PPAmer(i+2,j+1))/R
            then EPA(i+1,j+1)=1;
            else EPA(i+1,j+1)=0;
            end
        end
    end;
end;
    
```

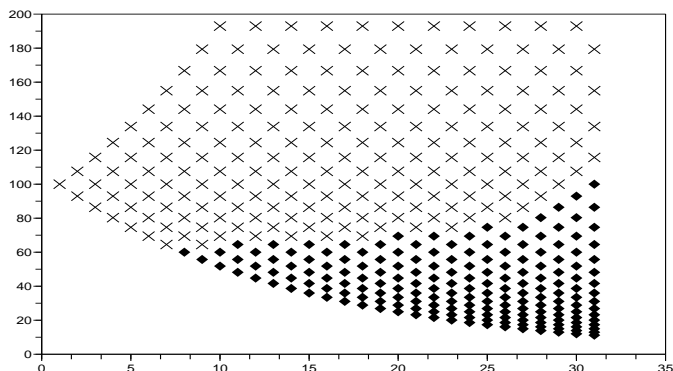
Exécuter le programme et indiquer ce que vaut $EPA(11, 9)$, $EPA(11, 3)$ et $EPA(11, 15)$ en expliquant.

Exercice 2. :

On veut à présent tracer l'arbre de CRR en représentant de façon différente les points au dessus et en dessous de la frontière d'exercice. Pour cela on utilisera le code suivant :

```

//////// Tracé de l'arbre pour les petites valeurs de SS(ii,jj) //////////
for ii=0:n
    for j=0:i
        if SS(i+1,j+1)<2*S0
            plot2d(i+1,SS(i+1,j+1),-2*EPA(i+1,j+1));
        end;
    end;
end;
    
```



Expliquer pourquoi la commande `plot2d` trace certains point $S(i, j)$ avec une croix et certains points avec un losange : voir l'aide en ligne pour la syntaxe de la commande `plot2d`.

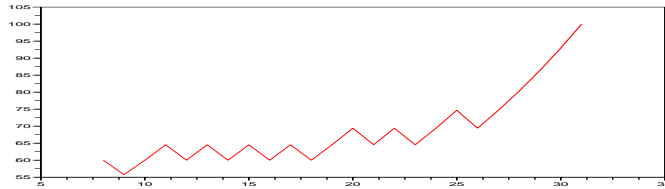
Exercice 3. : Expliquer ce que doit faire le détenteur de l'option américaine en un point marqué d'un losange ? en un point marqué d'une croix ?

Exercice 4. : Tracer la frontière d'exercice.

```

//////////Tracé de la frontière d'exercice//////////
i=0;
for ii=1:n+1
    if max(EPA(ii,1:ii))==1 then i=i+1;Frontiere_t(i)=ii;
    Frontiere_S(i)=SS(ii,sum(EPA(ii,1:ii)));
    end;
end;
plot(Frontiere_t,Frontiere_S,'r-')

```



Choisir $n = 150$ et retracer la frontière d'exercice pour $n = 150$, $r = 25\%$ et $\sigma = 40\%$. La frontière d'exercice commence en un point $t_0 = i_0\delta t$; “de visu” quelle est cette valeur de i_0 et quelle la valeur S_{t_0} de la frontière d'exercice.

En analysant le code déterminer la valeur exacte de i_0 et de S_{t_0} de l'extrémité “gauche” de la frontière d'exercice. Même question pour l'extrémité “droite”.

Exercice 5. : Etude de la forme de la frontière d'exercice en fonction de r et de σ : Pour $\sigma = 40\%$ tracer la frontière d'exercice pour les valeurs $r = 25\%$, $r = 5\%$, $r = 2\%$. Que se passe-t-il pour $r = 0$? A quelle valeur de $r \neq 0$ correspond la courbe la plus haute et la courbe la plus basse.

Pour $r = 25\%$, reprendre cette question pour $\sigma = 40\%$, $\sigma = 20\%$, $\sigma = 5\%$.

Exercice 6. : Amélioration du graphique et production d'un fichier informatique : choisir $n = 500$. Représenter en rouge les courbes correspondant aux valeurs ci-dessus de r (pour $\sigma = 40$) et en vert les frontières pour $r = 25\%$ et les diverses valeur de σ . Faites afficher les légendes “Pas de temps” et “valeurs du sous-jacent” en face des axes correspondants. Ajouter le titre “Salle 214/5 VOTRENOM votreprenom” et sauvegarder en un fichier .pdf et un fichier .eps. Imprimez votre figure ou envoyez votre fichier .pdf à diener@unice.fr avec le sujet Salle 214/5 VOTRENOM votreprénom.