

NOM :  
 PRENOM :

Date :  
 Groupe :

**Mathématiques pour la Biologie : Feuille-réponses du TD 4**  
**Modèle de Leslie**

On répondra aux questions posées aussi clairement que possible dans les espaces prévus et on remettra cette *feuille-réponses* en fin de séance à l'enseignant chargé du Cours/TD.

**Exercice 1.** : Une scientifique étudie une colonie de souris. Elle note qu'elles produisent en moyenne une fille par femelle pendant leur première année de vie et 8 pendant leur seconde année. Elle note aussi qu'elles sont seulement 25% à survivre une seconde année et aucune ne survivra au delà.

Ecrire le système dynamique modélisant cette population de souris :

$$\begin{cases} j_{t+1} = \dots\dots\dots \\ a_{t+1} = \dots\dots\dots \end{cases} \quad (1)$$

Réécrire le système sous forme matricielle en indiquant quelle est la matrice de Leslie  $L$  du système.

Pour une population initiale de 10 souris, toutes de la première classe d'âge, l'évolution des effectifs selon ce modèle est indiquée dans le tableau suivant, que l'on complètera.

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$j_t$	10	10	30	.....	110	210	430	850	1710	.....	6830
$a_t$	0	2,5	2,5	.....	12,5	27,7	52,5	107,5	212,5	.....	852,5

Puis on remplira les deux tableaux suivants :

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_t$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$N_{t+1}/N_t$	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	---

$t$	0	1	...	8	9	10
$j_t/N_t$	.....	.....	...	.....	.....	.....
$a_t/N_t$	.....	.....	...	.....	.....	.....

Que pouvez-vous dire de l'évolution du système ?

**Exercice 2.** : On reprend l'étude du modèle précédent. Calculer le carré de la matrice de Leslie  $L$  et en déduire que  $L$  est une matrice primitive.

Si l'on demande à un logiciel de calcul scientifique quelles sont les valeurs propres de  $L$ , on obtient les deux valeurs  $\lambda = -1$  et  $\lambda = 2$ . Vérifier que  $\lambda = 2$  est bien une valeur propre (indication : chercher un vecteur propre  $V = (x, y)$ ).

Indiquer un vecteur propre associé à cette valeur propre qui soit de somme 1.

Que concluez-vous sur le comportement asymptotique du système ?