NOM : Date : .
PRENOM : Groupe : .

Analyse : Feuille de réponses du TP 10
Suites

On répondra aux questions posées dans les espaces prévus et on remettra cette feuille de réponses en fin de TP à l'enseignant chargé du TP.

Exercice 1. :

1. **Ecrire la négation de la définition de la convergence d'une suite x_n vers une limite l :**

$$\forall \varepsilon > 0, \ \ \exists N, \ \ \forall n > N \quad |x_n - l| < \varepsilon$$

2. **Utiliser cette définition pour montrer que $x_n = (-1)^n$ ne converge pas vers 1.**

3. **Montrer en utilisant cette définition que $x_n = 2 + \frac{(-1)^n}{n}$ converge.**

Exercice 2. :

1. **On considère la suite définie par $x_0 = 1$ et $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$. Calculer les premiers termes de la suite et représenter ces points par une représentation en toile d'araignée.**

2. **Montrer par récurrence que la suite x_n est majorée par 3.**

3. **Montrer qu'elle est monotone et en déduire qu'elle est convergente en précisant sa limite.**

Exercice 3. :

1. **Démontrer par récurrence que** $1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$**.**

2. **Démontrer par récurrence que** $1 + x + x^2 + \ldots + x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$**.**

3. **Dire si les suites suivantes divergent ou convergent et lorsqu'elles convergent donner leur limite :** $x_n^1 = \frac{1}{4n^2}$**,** $x_n^2 = 4\sqrt{n}$**,** $x_n^3 = \frac{n^2-1}{n^2+1}$**,** $x_n^4 = \frac{n^2}{n+1}$**,** $x_n^5 = \cos(n\frac{\pi}{2})$**,** $x_n^6 = \frac{\pi^n}{3^n}$**,** $x_n^7 = \ln(n+1) - \ln(n)$**,** $x_n^8 = \frac{\cos^2 n}{2^n}$**,** $x_n^9 = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \ldots + \frac{n}{n^2}$**.**

.

Exercice 4. :

On suppose qu'en l'absence de pêche une population de poissons marins a une dynamique logistique $\Delta x_t = rx_t(1 - \frac{x_t}{K})$. Cette population étant en danger d'instinction, on étudie l'impact de deux mesures de régulation de la pêche. La première est une limitation de la pêche par quota

$$\Delta x_t = 0.7x_t(1 - \frac{x_t}{10}) - H,$$

où H est un nombre fixé de prises par unité de temps, et la deuxième une limitation de l'effort de pêche

$$\Delta x_t = 0.7x_t(1 - \frac{x_t}{10}) - Ex_t$$

où E est un pourcentage fixé de la population totale que l'on est autorisé à pêcher (en pratique, on réduit l'effort de pêche en limitant le nombre de bateaux autorisés à sortir et/ou le nombre d'heures en mer pour chacun d'eux).

Pour chacune de ces deux dynamiques, déterminer les équilibres et leur stabilité. Indiquer quelle politique vous semblerait préférable si la taille de la population devenait très petite.