

NOM :
PRENOM :

Date : .
Groupe : .

Analyse : Feuille de réponses du TP 3
Fonctions de deux variables

On répondra aux questions posées aussi clairement que possible dans les espaces prévus et on remettra cette feuille de réponses en fin de TP à l'enseignant chargé du TP.

Exercice 1. : Trouver le domaine de la fonction $f(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, le représenter puis calculer les 2 dérivées partielles premières au point $(x_0, y_0) = (2, 1)$.

Même exercice pour $g(x, y) = \ln(y - 2x)$ en $(-1, 5)$.

Exercice 2. : Calculer les dérivées secondes des fonctions $f(x, y) = x^2y + x\sqrt{x}$ et $g(x, y) = \cos^2(5x + 2y)$.

Exercice 3. :

1. Soit α un nombre réel. Vérifier que la fonction $u(t, x) = e^{-\alpha^2 t} \sin x$ est solution de l'équation de la chaleur $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.
2. Vérifier que pour toute fonction f d'une variable ayant une dérivée seconde f'' , la fonction $u(t, x) = f(x + at)$ où a est un nombre réel donné est solution de l'équation des ondes $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

Exercice 4. : Calculer l'équation du plan tangent à $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ au point $(2, 1, 8)$. Même question pour $e^x \ln y$ en $(3, 1, 0)$.

Exercice 5. : Trouver les points critiques de $f(x, y) = \frac{-3y}{x^2+y^2+1}$ et donner l'équation du plan tangent en ces points. Même exercice pour $f(x, y) = \sin^2 x + \frac{1}{4}y^2$.

Exercice 6. : Tracer les trois courbes de niveaux de $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ passant par les points $(1, 0)$, $(2, 2)$ et $(-1, -1)$ puis le vecteur gradient de f en chacun de ces points. Vérifier sur le dessin et par le calcul qu'il est bien perpendiculaire aux courbes de niveau et dirigé dans le sens des niveaux croissants.