

NOM :
PRENOM :

Date :
Groupe : .

Analyse : Feuille de réponses du TP 7
Logique

On répondra aux questions posées dans les espaces prévus et on remettra cette feuille de réponses en fin de TP à l'enseignant chargé du TP.

Exercice 1. : Que pensez-vous des déclarations suivantes pour un contexte ?

$x : \mathbb{R}; H : x \leq y. \quad y : \mathbb{R}; f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; H : \forall x : \mathbb{R}, f(y) \leq 0$
 $x : \mathbb{R}; f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; H : \forall x : \mathbb{R}, f(y) \leq 0 \quad y : \mathbb{R}; f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; H : \forall y : \mathbb{R}, f(y) \leq 0 \quad y : \mathbb{R}; f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; H : \forall y : \mathbb{R}, f(x) \leq 0; x : \mathbb{R}.$

Exercice 2. : Pour chacun des ensembles suivants, proposez un contexte plausible :

$\{x : \mathbb{R} | f(x) \leq 1\} \quad \{x : \mathbb{R} | 3 \ln f(x) \leq 1\} \quad [1, y] \times \{x : \mathbb{R} | x \leq 1\} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | xy \leq 1\}$
 $\{x : \mathbb{R} | x \neq 2k\pi\} \quad \{k : \mathbb{N} | x \neq 2k\pi\} \quad \{(x, k) \in \mathbb{R} \times \mathbb{Z} | x \neq 2k\pi\} \quad \{x : \mathbb{R} | \forall k : \mathbb{Z}, x \neq 2k\pi\}.$

Exercice 3. : Pour chacun des objets suivants, proposez un contexte plausible, et indiquer son type :

$$\int_0^1 f(x)dx \quad \int_0^1 f(x,t)dx \quad t \mapsto \int_0^a f(x,t)dx \quad x \mapsto \int_0^x f(x,t)dt \quad f \mapsto \int_0^1 f(t)dt.$$

Exercice 4. : Pour chacun des énoncés suivants, proposez un contexte plausible, puis indiquer si, dans le contexte que vous proposez, l'énoncé est toujours vrai, toujours faux, ou ni l'un ni l'autre :

$\int_0^1 f(x)dx = 3$ $f(x) \leq g(x)$ f est continue sur I $e^x = e^{-x}$ la fonction exponentielle est impaire.

Exercice 5. : Pour chacun des énoncés suivants, proposez un contexte plausible, puis proposer une version formelle (ou explicite) de l'énoncé et de sa négation :

f est paire g est majorée sur I f a une racine sur J f est strictement croissante.

Exercice 6. : Expliquer en détail une preuve formelle de l'énoncé "la fonction \cosh est paire", en invoquant les ressources qu'il vous paraît raisonnable de trouver dans la bibliothèque. Donner une version rédigée de votre preuve.

Exercice 7. : Expliquer en détail une preuve formelle de l'énoncé

$$\forall a, r, x \in \mathbb{R}, |x - a| < r \Leftrightarrow a - r < x < a + r$$

en invoquant les ressources qu'il vous paraît raisonnable de trouver dans la bibliothèque. Donner une version rédigée de votre preuve.