

# Modélisation mathématique du flux espéré d'un micro-entrepreneur

DHIB N. URECA\*    DIENER F. LJAD    DIENER M. LJAD

4 juin 2013

*"La théorie économique est de caractère purement mathématique", William Stanley Jevons*

## Résumé

L'objectif est de traiter une question économique avec un esprit mathématique. La pauvreté et le besoin de revenu consistent les soucis de nos jours. En fait, l'offre du microcrédit envisage un choix politique pour soulager ces problèmes. Sa création des micro-activités génératrices de revenu nous donne l'idée à une modélisation mathématique avec la chaîne de Markov. Le papier tend à évaluer l'impact du microcrédit pour atteindre les individus à faible et sans revenu. Nous considérons une fonction décrivant le flux espéré d'un bénéficiaire micro-entrepreneur qui produit pour générer un petit revenu. En effet, le microcrédit lui favorise un accroissement de revenu d'un état à un autre plus avantageux.

**Mots Clés :** microcrédit    activité génératrice de revenu    chaîne de Markov    accroissement de revenu

## 1 Introduction

Tous les économistes sont d'accord sur le fait que les partenaires de microfinance fournissent des services pour réaliser des activités génératrices de revenus au faveur d'une catégorie sociale inférieure[?], [?]. Une revue de la littérature considère l'activité du microcrédit un outil de lutte contre la pauvreté et contre l'exclusion. Les travaux empiriques de Weiss et Montgomery (2005)[?] faits en Asie et en Amérique latine ont constaté un impact positif de la microfinance sur la réduction de la pauvreté. En effet, une hausse de revenu est associée au programme de microcrédit et porte une valeur au

comportement humain.

La microfinance a un rôle fondamental dans la création des activités génératrices de revenus aux pays en développement. Ses services financiers sont destinés aux agents économiques exclus du système bancaire traditionnel. Des nombreux micro-entrepreneurs trouvent leur valeur refuge pour survivre. Les institutions de microfinance fournissent un outil pour les exclus[?]. La quantité de monnaie produite d'une activité du micro-crédit représente des revenus générés par les micro-entreprises. En effet, les institutions de microfinance représentent un complément aux institutions bancaires formelles pour financer une activité économique notamment dans les pays en développement. Karlan et Zinman (2009) [?], Duflo et Banerjee (2010) [?] ont affirmé dans leurs études que la valeur du microcrédit est favorable pour les besoins des pauvres.

L'objectif dans cet article est d'évaluer la valeur espérée du revenu total généré par un microcrédit. Un petit prêt productif est offert pour la création des activités génératrices de revenus. Les études de Morduch et Haley (2002) sur la pauvreté en Inde ont constaté son effet croissant sur le revenu des micro-entrepreneurs. Notre idée de modélisation est de construire un modèle qui propose une évaluation quantitative entre microcrédit et revenu. On introduit pour cela une chaîne de Markov à quatre états.

## 2 Modèle et résultats

L'individu réalise une micro-activité dont la probabilité de réussite dépend de son capital humain. On suppose un agent économique cherchant un équilibre avec son micro-activité. Elle génère un revenu suffisant pour ses dépenses de remboursement et de consommation. La probabilité de la chaîne de Markov décrit des états souhaités et des états d'échec involontaires durant le contrat. Chaque état ne dépend que de sa valeur précédente.

Pour tout contrat, le bénéficiaire produit une activité qui génère un revenu et provient de sa capacité productive. Il s'intéresse à ses besoins et cherche à se développer. L'agent économique est rationnel; il augmente sa consommation avec tout accroissement de la production et du revenu. Néanmoins, le bénéficiaire est vulnérable qui explique la difficulté de gagner plus avec un montant de prêt plus élevé. Il favorise sa consommation présente bien que l'annuité à rembourser augmente.

\*\* Nous désignons par  $A$  (bénéficiaire d'un premier prêt) et  $B$  (bénéficiaire d'un second prêt plus élevé) les états possibles d'un bénéficiaire qui a obtenu un petit prêt pour son activité économique. La probabilité de réussir son activité, son taux de réussite  $\alpha_t$ , dépend de la capacité productive du micro-entrepreneur. En cas de réussite, il obtient un deuxième contrat de microcrédit dont le montant est plus élevé. Il passe alors de l'état  $A$  à l'état  $B$ . Il peut compter sur une consommation plus élevée après avoir remboursé son deuxième crédit.

\*\* Si le bénéficiaire ne réussit pas son activité, il revient exclu avec une probabilité  $1 - \alpha$  dans le cas du premier prêt et  $1 - \beta$  dans le cas du deuxième prêt s'il ne peut pas rembourser ou répondre à sa consommation. Il sera exclu du marché. Alors, il passe de l'état  $A$  ou  $B$  à l'état  $E$ .

\*\* Lorsque le bénéficiaire est à l'état  $E$ , il peut accéder de nouveau à un prêt d'un montant identique à son prêt initial (l'état  $A$ ) avec une probabilité  $1 - \gamma$ .

\*\* S'il n'obtient pas un nouveau prêt (avec une probabilité  $\gamma$ ), l'emprunteur demeure exclu du marché de la microfinance. Il sera difficile de réintégrer le marché du microcrédit et de reprendre son activité économique durant une période qui pourra se prolonger.

\*\* Si le bénéficiaire réussit son activité économique et rembourse son deuxième prêt, il passe de l'état  $B$  à l'état  $I$  (inclus dans le marché bancaire traditionnel) avec une probabilité  $\beta$ . Le micro-entrepreneur demeure à l'état  $I$  avec une probabilité  $1 - \epsilon$ . Ce taux  $\epsilon$  est la probabilité du défaut lorsque la valeur souhaitée d'un état  $A$  repris d'un état  $E$  est plus intéressante que la valeur détenue de l'état  $I$ . Dans ce cas, il passe de l'état  $I$  à l'état  $E$ .

## 2.1 Description du modèle

L'individu crée une très petite activité rendue possible par sa capacité productive. On suppose que chaque unité n'existe qu'une seule fois et n'est utilisée qu'une seule fois. La capacité de production est gérée avec la faisabilité de l'activité et exprime l'engagement inter-temporel le plus favorable. Elle représente la probabilité de réussir l'activité financée par un microcrédit tout en dépendant du capital humain.

L'activité du microcrédit fournit une opportunité pour sensibiliser les exclus aux états défavorables. Le contrat initial indique le nom du bénéficiaire, le montant  $K_0$  qui est le montant du microcrédit offert à l'état  $A$ , la garantie immatérielle d'un prêt

individuel ou la caution solidaire dans le cas du prêt groupé et l'annuité mensuelle à rembourser. Il s'engage à rembourser au prêteur  $K_0$  le montant initial et la somme des annuités. Nous supposons que cette somme représente  $rK_0$  dont  $r$  est le taux d'intérêt de l'institution et  $i$  le taux réel. Le bénéficiaire cherche à renouveler son contrat de l'état  $A$  à l'état  $B$  avec  $K_1 > K_0$ .

Dans notre analyse, le bénéficiaire demande un microcrédit productif générateur du revenu et subit quatre états durant son accès sur le marché de microcrédit. Nous supposons une chaîne de Markov à quatre états :  $S = \{A, B, E, I\}$

$$f(x) : R \mapsto S$$

Donc, la chaîne de Markov est représentée comme suit :

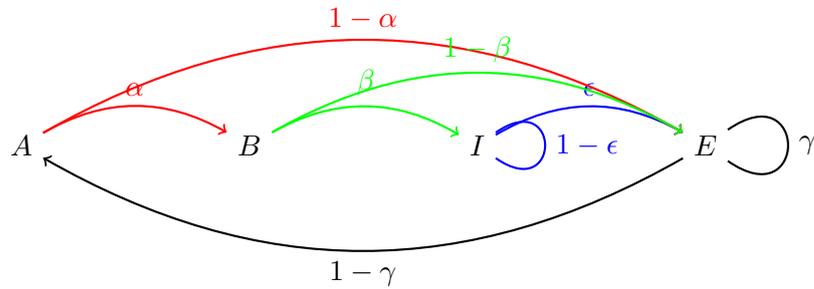


FIGURE 1 – la chaîne de Markov décrit les états du bénéficiaire et les probabilités de passage d'un état à un autre

Les probabilités du passage d'un état à un autre sont regroupées dans la matrice de transition suivante  $\mathcal{P}$  :

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 1 - \alpha \\ 0 & 0 & \beta & 1 - \beta \\ 0 & 0 & 1 - \epsilon & \epsilon \\ \gamma & 0 & 0 & 1 - \gamma \end{pmatrix} \quad (1)$$

La description de la chaîne de Markov envisage un système dynamique. Nous posons une fonction  $g$  qui caractérise le flux net d'un micro-entrepreneur dont nous cherchons l'état d'équilibre de son contrat. L'institution accompagne sa clientèle cible pour être efficiente dans le circuit économique. Elle travaille pour lutter contre l'exclusion financière et sociale.

**Calcul du flux pour une période** Le micro-entrepreneur cherche à maximiser ses flux totaux en reconduisant son contrat. Trois contraintes fondamentales considèrent l'absence du défaut stratégique de remboursement. Nous cherchons la fonction qui maximise son bénéfice net dont le montant optimal permet une probabilité de réussite tenant en compte de son capital humain acquis d'un accès aux services non financiers.

Soit la fonction  $g$  définit comme :

$$g(K, r) = h(K) - z(K, r) \quad (2)$$

La quantité  $g(K)$  mesure le résultat de l'activité économique financée par le micro-crédit. Désignons par  $K$  le montant du prêt qui vaut  $K_0$  dans l'état  $A$  et  $K_1$  dans l'état  $B$ , par  $h(K)$  le revenu généré grâce à ce prêt et par  $z(K)$  les dépenses occasionnées pour rembourser et consommer.

Tout agent économique travaille et génère un revenu destiné à satisfaire ses besoins. Les concepts théoriques s'intéressent à la définition du revenu. On se réfère à la théorie du revenu permanent de Friedman qui a défini le revenu et la consommation. Son modèle se rapproche du modèle de Fisher sur le comportement inter-temporel qui interpelle la richesse d'un agent économique. Soit la fonction  $y_p = \eta w$ , on désigne par  $w$  la richesse de l'agent et  $\eta$  son rendement. Nous posons que la richesse est la production de l'activité réalisée du microcrédit.

Nous désignons :

- $K$  le microcrédit offert à un état possible
- $y(K)$  est la production créée
- $\eta$  un taux de rendement définit pour tout état

La fonction  $(y(K))$  mesure la quantité produite par un individu en exploitant ses facteurs de production ( $L$  et  $K$ ). Nous choisissons le modèle de Cobb Douglass  $y(K, L) = (K_{min} + K^\theta)L^{1-\theta}$  pour définir la production en utilisant les ressources disponibles de manière efficace. Nous admettons que sa capacité à produire est dépendante de son capital humain. On pose :

\*  $K$  est le capital financier emprunté ;  $K_0$  pour le premier contrat et  $K_1$  pour le second.

\*  $L$  est le facteur travail que nous choisissons  $L = L_0 = 1$ .

\*  $\theta = 1/2$  désigne la capacité limitée du micro-entrepreneur à augmenter sa production avec la hausse du montant emprunté. La formulation  $\frac{\partial^2 y(K)}{\partial K^2}$  envisage des rendements d'échelle décroissants.

D'où on a ;  $y(K, L) = (K_{min} + K^\theta)$ .

Le revenu dégagé avec un succès est :

$$h(K) = \eta(K_{min} + K^\beta) \quad (3)$$

Il fournit donc  $h(K_0) = \eta(K_{min} + K_0^\theta)$  dans l'état  $A$  et  $h(K_1) = \eta(K_{min} + K_1^\theta)$  dans l'état  $B$ .

Tout agent économique produit pour consommer. Il doit prendre en compte que la totalité des dépenses dépend aussi de l'annuité définie pour rembourser. Nous posons la fonction de dépenses nécessaires  $z(K, r)$  est comme suit :

$$z(K, r) = (1 + r)K + C \quad (4)$$

$z(K_0, r)$  dans l'état  $A$  et  $z(K_1, r)$  dans l'état  $B$ .

Un niveau de consommation incompressible ( $C$ ) est nécessaire pour répondre aux besoins de base d'un individu, il dépense même avec un revenu nul. Le micro-entrepreneur crée une activité génératrice d'un revenu à partir des micro-prêts obtenus ( $K_t$ ). Tout bénéficiaire du microcrédit productif génère donc un bénéfice net  $g(K, r)$  :

$$g(k, r) = h((K) - ((1 + r)K + C)) \quad (5)$$

Le micro-entrepreneur réalise un bénéfice  $g(k_0, r) = h((K_0) - ((1 + r)K_0 + C))$  avec son microcrédit  $K_0$  qui lui permet un microcrédit  $K_1 > K_0$ . Durant son passage de l'état  $A$  vers l'état  $B$ , il crée un bénéfice  $g(k_1, r) = h((K_1) - ((1 + r)K_1 + C))$ .

Si le bénéficiaire est à l'état  $I$ , l'institution lui fournit un taux d'intérêt  $r^- < r$  et un soutien technique ( $s$ ) que nous présentons plus bas. Il demeure dans cet état d'inclusion  $I$  en réalisant  $g(k, r^-) = h((K) - ((1 + r^-)K + C))$ . Ce micro-entrepreneur devient dans un état  $E$  lorsqu'il perd avec un résultat  $g(k, r) = \eta K_{min} - (1 + r)K - C$ .

On pose :

$- \{(x, y),$  une fonction des flux financiers dont  $\{ : S \rightarrow S$  et  $(x, y) \rightarrow \{(x, y)$

$$\{(x, y) = \begin{cases} g(K_0, r) & \text{si } (x, y) = (A, B) \\ g(K_1, r) & \text{si } (x, y) = (B, I) \\ g(K_{max}, r^-) + (1 + s)\eta K_{max} & \text{si } (x, y) = (I, I) \\ \eta K_0(1 + r^-)K_{max} & \text{si } (x, y) = (I, E) \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (6)$$

$-\delta \in ]0, 1[$  un facteur d'actualisation qui permet d'évaluer la relation entre l'état présent et l'état futur.

$-\mathcal{P}$ ; la matrice de transition de notre chaîne identifiée ci-dessus.

$-\mathbf{I}$ ; une matrice identité

-Et  $Z(x)$  l'espérance du flux espéré du bénéficiaire lors de son passage d'un état initial à un autre dans l'univers  $S$  telle que

$$Z(x) = E(f(X_0, X_1) | X_0 = x) \quad (7)$$

Pour faciliter le calcul, on suppose que la consommation incompressible  $C$  est négligeable pour tout micro-emprunteur en tout état  $(A, B, I, E)$ . Le système est donc ;

$$Z(x) = \begin{cases} \alpha(h(K_0) - (1 + r)K_0) & \text{si } (x) = A \\ \beta(h(K_1) - (1 + r)K_1) & \text{si } (x) = B \\ (1 - \epsilon)(h(K_{max}) - (1 + r^-)K_{max}) & \text{si } (x) = I \\ 0 & \text{si } (x) = E \end{cases} \quad (8)$$

**Théorème** Pour tout  $x \in S$ , le vecteur des flux totaux espérés selon l'état initial est ;

$$W = \delta(\mathbf{I} - \delta\mathcal{P})^{-1}Z \quad (9)$$

Dans le microcrédit individuel modélisé avec la chaîne de Markov, le revenu total espéré d'un individu étant selon son état initial est défini,

$$W = \begin{pmatrix} 1 & -\delta\alpha & 0 & -\delta(1 - \alpha) \\ 0 & 1 & -\delta\beta & -\delta(1 - \beta) \\ 0 & 0 & 1 - \delta(1 - \epsilon) & -\delta\epsilon \\ -\delta(1 - \gamma) & 0 & 0 & 1 - \delta\gamma \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \alpha[h(K_0) - (1 + r)K_0] \\ \beta[h(K_1) - (1 + r)K_1] \\ (1 - \epsilon)[h(K_{max}) - (1 + r^-)K_{max}] \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

### 3 Discussions et interprétations

L'idée de modéliser prévoit un contrat favorable du microcrédit productif. La probabilité de réussir une activité dépend de sa faisabilité et de la volonté du micro-producteur. Le revenu s'accroît et l'efficacité de l'activité aboutit à un avenir intertemporel. Le micro-entrepreneur espère gagner un revenu du montant emprunté avec un taux de réussite  $\alpha_S$ ,  $S$  étant l'ensemble des états possibles défini ci-dessus.

Le microcrédit influence la capacité productive du bénéficiaire. Son capital humain favorise son activité économique. Dans notre modèle, la fonction de production dépend du facteur capital emprunté. La hausse du montant du prêt fournit une augmentation du niveau de la production. Mathématiquement,  $\frac{y(K)}{K}$  est la productivité moyenne de chaque unité de facteur définie selon Cobb-Douglas. Le bénéficiaire augmente sa production moins que proportionnel à l'augmentation du microcrédit.

La fonction du flux net  $g(K, r)$  atteint l'optimum  $K^*$  telle que  $g'(K, r) = 0$ . Comme  $g(K, r) = h(K) - z(K, r) = \eta(K_0 + K^\beta) - ((1+r)K - C)$ ,  $\frac{g(K, r)}{K} = \eta\beta K^{\beta-1} - (1+r)$ . Le capital emprunté le plus favorable vérifie la valeur production nécessaire pour couvrir toutes les dépenses fondamentales :

$$K^* = \left( \frac{(1+r)}{\beta\eta} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} \quad (11)$$

On suppose pour toute unité du capital emprunté ( $K$ ) un taux de rendement  $\eta$ . Il représente le taux de l'exploitabilité d'une activité qui compare le rendement financier à celui productif.

$$\eta = \frac{1+r}{\beta} \quad (12)$$

Dans le cadre d'analyse ci-dessous, on calcule le coefficient  $\eta = 1.6$ .

Le micro-entrepreneur cherche à maximiser son profit qui dépend de son activité accomplie. Il continue à produire avec un contrat plus intéressant pour prospérer son activité économique. L'institution lui sert de nouveau tant qu'il est capable de rembourser. La faisabilité de son activité permet une offre plus importante. On évalue une probabilité de réussite  $\alpha_S$  qui valorise son résultat ;  $\alpha = \frac{g(K)}{K}$ .

La rentabilité des unités faibles offertes par l'institution est limitée. Le microcrédit envisage une initiative économique. Nous allons estimer notre modèle dans un univers

fini. Nous supposons les hypothèses définies dans un cadre optimal. Le bénéficiaire cherche une situation de prospérité et non de recul. Le micro-entrepreneur renouvelle un contrat meilleur pour continuer son activité. Il cherche le bien-être rapporté d'avantages offerts par l'institution de microcrédit.

**Les hypothèses du modèle :**

On suppose vérifier les contraintes qui constituent les hypothèses du modèle ci-dessous. Et on procède au calcul de la valeur  $W$  avec un code Scilab. Comme tout agent, l'objectif est l'état d'équilibre. On suggère un tâtonnement du capital emprunté pour interpréter. Le modèle satisfait trois hypothèses détaillé à présent :

\**un revenu espéré* : Tout agent économique rationnel cherche à produire une activité  $h(K) = \eta(K_{min} + K^\beta)$  qui couvre son remboursement  $rK$  et ses dépenses de base  $C$ . La situation rentable est :

$$\eta(K_{min} + K^\beta) > (1 + r)K \quad (13)$$

\**l'absence du défaut de remboursement stratégique* : lorsque l'institution répond aux besoins du client, elle cherche à soulager la vie de l'exclu. En fait, ce micro-entrepreneur produit et rembourse pour progresser. Il commence avec une probabilité  $\alpha$  en état  $A$  et réalise un taux  $\beta$  en état  $B$ . Néanmoins, il devient exclu s'il perd avec une probabilité  $1 - \alpha$  en état  $A$  et  $1 - \beta$  en état  $B$ . Il doit avoir ;

$$W(A) > W(E) - Z(E) \quad (14)$$

S'il atteint l'état  $B$  avec succès et pour continuer, il faut ;

$$W(B) > W(E) - Z(A) \quad (15)$$

Il devient inclus, s'il procède à ;

$$W(I) > W(E) - Z(B) \quad (16)$$

\**le soutien technique avantage pour tout micro-entrepreneur solvable* : l'objectif d'un bon bénéficiaire est d'être un client solvable et avoir le bien-être. En effet, l'institution lui offre un soutien technique  $s$  qu'il accède aux nouvelles technologies. Et elle baisse le taux d'intérêt  $r \rightarrow r^-$  pour un capital emprunté intéressant.

$$h(K_{max}, s) = \eta(K_{min} + (1 + s)K_{max}^\beta) \quad (17)$$

### 3.1 Cas particulier

On se réfère au papier de Tedeschi[?] et on suppose un facteur d'actualisation  $\delta \in [0.6; 0.8]$ . Ce coefficient revient à déterminer la valeur actuelle du flux net  $W$ . Il décrit la variation du risque détenu par la variation du capital emprunté. Plus l'augmentation du microcrédit emprunté  $K$  est importante, plus le risque de perdre est élevé. Ce qui implique un taux d'actualisation élevé  $\delta$ . Alors, si l'augmentation du microcrédit d'un état à un autre est légère, les flux nets espérés  $W$  sont plus importants avec un facteur  $\delta$  faible.

Le facteur est subjectif, il traduit le comportement du bénéficiaire vis à vis du risque. Le changement de son comportement et la variation du facteur d'actualisation déterminent l'objectif de l'institution du microcrédit. Dans notre analyse, plus la variation du capital emprunté est légère, plus le micro-entrepreneur atteint un flux espéré demain positif en passant de l'état ( $A$ ) à l'état ( $B$ ). Avec le minimum du risque, il gère son activité demain. On obtient  $W(A) > W(B) > W(I) > 0$ . Alors que avec un coefficient  $\delta = 0.8$ , l'augmentation de  $W$  d'un état à un autre diminue, le bénéficiaire réalise une perte dans un tel état.

En fait, on considère le capital  $K_{min} = 500$  d'un contrat initial pour certain  $K_{min} = K_0$ . Le micro-entrepreneur travaille pour augmenter son microcrédit en passant d'un état  $A$  à un état  $B$ . Cette hausse influence la valeur espéré d'un flux d'une période à un état défini. Une faible augmentation du montant emprunté donne des  $Z(A), Z(B), Z(I)$  et  $Z(E) > 0$ . Si on accroît la valeur  $K_1 \gg K_0$ , on accomplit une valeur espérée  $Z(B) < Z(A)$  et la valeur du flux net espéré à un état  $B$  conclue un  $W(B) < 0$ . On considère la même probabilité de réussite en passant d'un état à un autre pour un bénéficiaire actif ( $A, B$  et  $I$ ). Il possède une faible probabilité entre échouer et renouveler sa demande initiale. La valeur du flux net espéré donne :

$\alpha_0 = \alpha_1 = 1 - \epsilon = 0.9$						
$\gamma$ est faible						
	$K_0 = 500$	$K_1 = 600$	$K_2 = 700$	$K_0 = 500$	$K_1 = 1000$	$K_2 = 1500$
	$\delta = 0.6$		$\delta = 0.8$	$\delta = 0.6$		$\delta = 0.8$
$W(B_0)$	297,846		396,645	-506,987		-1913,088
$W(B_1)$	142,93		225,065	-1305,143		-2801,74
$W(I)$	50,356		132,491	-1807,91		-3304,51
$W(E)$	141,025		279,985	-240,152		-1350,42

FIGURE 2 – Les microcrédits  $K_0$ ,  $K_1$  et  $K_2$  représentent des contrats en passant respectivement d'un état initial  $A$  vers un état  $B$  pour avoir un montant maximal en état  $I$ .

Le contrat favorise le flux net espéré du micro-entrepreneur, un agent économique conditionné par des paramètres prédéfinis. On suppose  $\alpha = \beta = 1 - \epsilon = 0.9$ . Dans le tableau du calcul ci-dessus, on observe que pour  $\delta = 0.8$  la valeur du flux net espéré est positive pour tout état  $S = A, B, I, E$  du bénéficiaire au temps que le micro-entrepreneur satisfait d'un microcrédit un peu plus élevé. Alors que si le capital emprunté redouble, la valeur  $W$  est négative pour tout état  $S$ . Elle est moins intense dans le cas de  $\delta = 0.6$ . On remarque que pour  $\gamma$  faible, le bénéficiaire réalise une valeur  $W(E) > W(B) > W(I)$ . Il passe à l'état d'exclusion dès qu'il réussit son activité initiale. Dans un état d'exclusion, il essaie de recommencer avec une probabilité de  $1 - \gamma$  que demander un microcrédit plus élevé.

Pour les mêmes valeurs du microcrédit, nous calculons les valeurs espérées avec des paramètres  $\alpha, \beta, \epsilon$  et  $\gamma$  en fonction du même taux d'intérêt  $r = 0.2$  et du taux subventionné  $r^- = 0.18$ . On cherche toujours une situation optimale de la valeur  $W$ . On désigne  $\alpha_0 > \alpha_1 > 1 - \epsilon$  les probabilités de réussite de l'activité économique du bénéficiaire. Il définit ses rendements d'échelle. On affecte un rendement d'échelle décroissant qui caractérise sa capacité productive. On applique (avec scilab)  $\alpha_0 = 0.9, \alpha_1 = 0.7, \epsilon = 0.5$  et  $\gamma = 0.4$ . Si on augmente les paramètres comme les rendements décroissants, la valeur du flux espéré d'une période s'améliore pour tout état de  $S, Z(B_0) > Z(B_1) > Z(I) > Z(E) = 0$ .

$\alpha_0=0.9, \alpha_1 = 0.7, 1-\epsilon=0.6$						
$\gamma$ est faible						
	$K_0 = 500$	$K_1 = 600$	$K_2 = 700$	$K_0 = 500$	$K_1 = 1000$	$K_2 = 1500$
	$\delta=0.6$		$\delta=0.8$	$\delta=0.6$		$\delta=0.8$
$W(B_0)$	299,113		437,337	-127,586		-597,679
$W(B_1)$	145,208		278,391	-622,517		-1077,955
$W(I)$	68,443		208,819	-873,943		-1307,355
$W(E)$	141,685		306,707	-60,435		-421,891

FIGURE 3 – Calcul mathématique de la valeur du flux net total d’un micro-entrepreneur ayant un rendement décroissant en passant d’un état à un autre

On conclue que pour un micro-entrepreneur ayant des rendements décroissants, son flux à l’état  $A$  est toujours rentable. Alors qu’il réalise une valeur  $W$  à l’état  $I$  faible et parfois négative. Bien que, cette situation est plus rentable par rapport à celle d’un bénéficiaire aux rendements constants. Il a une préférence pour le présent, il réalise des meilleurs résultats quand  $\delta$  tend vers 1 (son état  $A$ ).

Pour une variation du paramètre  $\gamma$ , la valeur  $W$  varie au sens inverse. Si  $\gamma$  augmente, alors  $W$  diminue et si  $\gamma$  diminue,  $W$  augmente. Cette conclusion reflète le comportement du bénéficiaire contre l’état d’exclusion. On trouve dans tous les cas,  $W(E) > W(I)$ , le bénéficiaire a tendance pour l’état d’exclusion pour renouveler son état initial  $A$  contre perdre dans l’état d’inclusion. Le prix du microcrédit est offert par l’institution. Si l’offreur est plus tolérant avec son bénéficiaire, ce dernier réalise un flux plus élevé dans l’état  $I$ .

On considère un cas d’analyse le plus adéquat (valeur des flux espérés est positive) avec une augmentation légère du petit prêt. Dans notre environnement d’analyse, la majorité des micro-entrepreneurs reproduit l’activité du microcrédit avec une augmentation du microcrédit légère. Cette décision est prise souvent par l’offreur. Les courbes ci-dessous présentent la variation du flux total espéré avec toute variation des paramètres  $\alpha, \beta, \epsilon, \gamma$  dans la limite du facteur d’actualisation  $\delta = 0.6$  et  $\delta = 0.8$  [?].

Le microcrédit influe la valeur du  $g$ . Le micro-entrepreneur comme tout agent producteur travaille pour atteindre la rentabilité. Il couvre ses dépenses d’emprunt et de la consommation. On admet que si l’institution offre plus d’avantage à ses bénéficiaires, un prix d’application de la technologie  $s > r - r_{moins}$  contribue à varier son résultat de l’exercice.

Le bénéficiaire d’un microcrédit reproduit pour atteindre son objectif. Il se comporte comme tout producteur devant ses exigences financières et sociales. Il apprend

l'esprit micro-entreprise de son expérience très petite avec l'institution du microcrédit. Le défavorisé de la société devient un élément actif et cultivant dans son environnement. Le petit prêt lui permet une opportunité d'améliorer son niveau de vie. Son état initial  $B_0$  lui porte une situation favorable qui encourage le renouvellement, bien que un tel microcrédit productif plus élevé risque diminuer son flux net espéré. Le micro-entrepreneur préfère l'état d'exclusion  $E$  pour reproduire son état initial en cas d'échec.

L'activité microcrédit consiste un choix politique pour soulager certaines difficultés. Le marché de la microfinance comme prouve certains (Mordush, Zamlan, KArlan, Servet) est une réglementation économique au faveur du pauvre. L'exclu du système bancaire traditionnel devient un élément efficient dans l'activité économique. Il trouve sa valeur refuge avec la petit prêt et il reproduit sa micro-activité avec des contrats plus intéressants. Les états possibles d'un micro-emprunteur représentent les objectifs d'un micro-entrepreneur pour se développer. Il travaille pour sortir de la misère et s'incline dans sa société. Alors qu'il est difficile d'atteindre l'état  $I$  avec un flux net espéré d'une période  $Z(I)$  ou total  $W(I)$  performant. Cet objectif dépend de son activité du microcrédit et du comportement de son offreur du petit prêt.

## 4 Conclusion

Une conclusion admet que l'offre du microcrédit améliore son revenu dans son passage d'un état à un autre. On admet les mêmes résultats que certains études qui affirment que le microcrédit favorise l'accroissement du revenu  $g(K)$ . L'amélioration du revenu définit la variation du microcrédit  $K$ . Cet outil de lutte contre la pauvreté accompagne la création des micro-entreprises. Il améliore la production et ouvre des opportunités de travail indépendant. Le micro-emprunteur trouve la réussite dans son état initial  $B_0$  qui encourage à progresser. Mais, à chaque état de montant plus important, le bénéficiaire trouve des difficultés pour atteindre son optimum.

La traîne à un contrat optimal nous admet une opportunité faisable au profit de l'être humaine et au capital financier minime. L'offre des contrats du microcrédit se présente efficace au faveur du soutien social. Nous traitons une question économique avec un esprit mathématique qui valorise la société, la population et son avenir. La microfinance consacre des outils capables d'améliorer le capital humain et soulager les défaillances du système financier traditionnel. Les bénéficiaires engendrent un savoir faire avec le minimum de capital financier sous des conditions émises par l'institution de microcrédit. Ce service financier est offert à des exclus financiers auquel il fournit

une création de revenu et donc envisage une lutte contre la pauvreté monétaire et l'exclusion sociale.

## Références

- Aminur RAHMAN, "Microcredit initiatives for equitable and sustainable development : who pays?", World Development, year1999, volume27(1)
- Karlan Dean et Zinman Jonathan, Expanding microentreprise credit access : using randomized supply ccdecisions to estimate the impact in Manila, Review of financial studies, 2009, V 23, N 1, p 433-464
- Kurmanalieva, Motgomery et Weiss, microfinance and poverty reduction in Asia : what is the evidence?, Annual conference on microfinance and poverty reduction,y 2003
- Morduch Jonathan, The Microfinance Schism, World Development, 2000, V 28
- Morvant Roux Solène et Servet J.M, De l'exclusion financière vers l'inclusion par la microfinance, Horizons bancaires : la microfinance au carrefour social et de la finance, p 55-67, 2007, Editions, Crédit Agricole N 334, Chapitre, Les clés de la réussite
- Khodr Osman, Modèles dynamiques des innovations du microcrédit, EDSFA, Laboratoire Dieudonné, UNS, parc valrose, 06108 Nice, france, 2011, Thèse de doctorat, OPTaddress = Valrose faculté des sciences, Nice 06100, Juillet
- Roodman David et Morduch Jonathan, The impact of microcredit on the poor in bangladesh : revisiting the evidence, Working paper, 2009, V 60, N 174
- Tedeschi Gwendolyn Alexander, Here today, gone tomorrow : can dynamic incentives make microfinance flexible?, Journal of development Economics, 2006, V 80, N 1, p 84-105