

NOM :  
PRENOM :

Date : 17 - 21 Octobre 2011 .

Groupe :

**Mathématiques Appliquées à la Biologie : Feuille-réponses du TD 5**  
**Modèle logistique**

La chenille de l'épicéa est un insecte ravageur des sapins baumiers d'Amérique du nord dont la dynamique peut être représentée par l'équation différentielle

$$\frac{dy(t)}{dt} = 0.3y(t) \left( 1 - \frac{y(t)}{9000} \right) \quad (1)$$

où  $y(t)$  désigne la taille de la population à l'instant  $t$  (on néglige ici la pression exercée sur la population de chenilles par son principal prédateur).

1. Pouvez-vous dire quelle est la capacité biotique de cette population, selon ce modèle ?
2. On sait que la solution de cette équation différentielle de condition initiale  $y(0)$  est de la forme  $y(t) = \frac{9000y(0)}{y(0) + (9000 - y(0))e^{-0.3t}}$ . Précisez quelle est cette solution (en simplifiant son expression) lorsque la condition initiale vaut 200, puis calculer sa valeur aux temps  $t = 10$  et  $t = 20$ .
3. Donner, sans calcul, une valeur approchée de cette solution en  $t = 100$  et esquissez son graphe.
4. Si, au lieu de choisir le modèle (1), on avait préféré un modèle malthusien  $y'(t) = 0.3y(t)$ , quelle serait, dans ce cas, la solution  $y(t)$  ? Calculer sa valeur aux temps  $t = 10$  et  $t = 20$  et esquisser le graphe de cette solution.

5. Comparez la valeur atteinte par la population de chenilles pour des temps grands dans le modèle (1) et dans le modèle malthusien. Qu'en pensez-vous ?
6. Reprendre les questions précédentes (à partir de la question 2) lorsqu'on suppose la population initiale égale à 10000 (et non 200).