

Statistiques : Enoncé du TP 2 Méthode de Monte Carlo

L'objet de ce TD est d'approcher le nombre π par une méthode statistique et de tirer quelques enseignements sur la précision de cette approche.

1^{ère} étape. Approche du nombre π par une méthode de Monte Carlo.

On va envoyer 1000 points répartis uniformément dans un carré de côté 2 centré en (0;0). Parmi ces points on va compter ceux qui sont dans le disque de centre (0;0) et de rayon 1.

La répartition étant uniforme dans le carré, le rapport entre le nombre de points dans le disque et le nombre de points dans le carré est proche du rapport entre l'aire du disque et l'aire du carré. On va commencer par visualiser ces points, et ensuite on les comptera.

1. Ouvrir un nouveau classeur qu'on enregistre sous le nom **MonteCarlo**. Faire un clic droit sur l'onglet **Feuil1** et le renommer **Crible**. Dans la cellule **A1**, écrire **=alea()** puis valider. Appuyer plusieurs fois sur la touche **F9** et observer les résultats obtenus. Puis corriger la formule pour obtenir un nombre aléatoire entre -1 et 1 .
2. Recopier **A1** vers **B1**. Puis, dans **C1**, copier la formule **=si(a1^2+b1^2<1;b1;-2)**. Sélectionner la plage **A1:C1**, puis la recopier vers le bas jusqu'à la ligne **1000**. Vérifier les formules à la dernière ligne.
3. Sélectionner la plage **C1000:A1**, et cliquer sur l'icône **Assistant Graphique**. Choisir **Nuages de points** puis **Terminer**. On reconnaît, dans la **série2**, les points qui ne sont pas dans le disque et qu'on a éloignés à l'ordonnée -2 . On va maintenant rendre ce graphique plus lisible.
4. Clic droit sur une partie grisée, nommée zone de traçage ; **Format de la zone de traçage** ; **Aire : Aucune** ; **OK**.
Clic droit sur la légende, puis **Effacer**.
Clic droit sur l'**axe des Y** ; **Format de l'axe** ; **Échelle**. Mettre le **Minimum** à -1 ; le **Maximum** à 1 ; **Unité principale : 1** ; **OK**.
Idem pour l'**axe des X**.
Cliquer sur la **Zone de graphique** et la déformer pour obtenir un carré. Appuyer sur **F9** et observer.
5. On va maintenant compter les points dans le disque.
Écrire dans **D1** une formule qui renvoie **1** lorsque le point est dans le disque et **0** sinon.
Recopier cette formule jusqu'à la ligne **1000**.
Insérer une ligne avant la ligne **1**, et écrire dans la cellule **D1** une formule permettant d'approcher le nombre π en faisant intervenir le nombre de points dans le disque. Appuyer sur **F9** et observer.

2^{ème} étape. Création d'une série de 400 valeurs approchées de π .

Pour étudier la répartition des différentes approximations de π obtenues par la méthode de Monte Carlo, l'appui sur la touche **F9** ne convient pas car l'obtention d'une nouvelle valeur efface la précédente. On va donc utiliser un petit programme, appelé **macro**, qu'on va d'abord fabriquer.

1. Renommer **Série** la **Feuil2**. Pour nommer **pi** la cellule **A1**, cliquer sur **A1** puis : **Insertion - Nom - Définir - Noms dans le classeur : pi** ; **OK**
Vérifier dans la **Zone Nom**, au dessus de la colonne **A**.
On va maintenant aller chercher l'approximation de π pour la placer dans la cellule **A1** nommée **pi**.
Retourner dans la feuille **Crible**, sélectionner la cellule **D1**, clic droit, **copier**. Revenir dans **Série**, **A1**. Clic droit, **Collage spécial** ; **Coller avec liaison**. Vérifier avec **F9**.
2. On reste maintenant dans **Série**. Nommer **début** la cellule **B1**. Méthode rapide : cliquer dans **B1**, puis dans la **Zone Nom**. Alors **B1** devient blanc sur fond bleu. Écrire par dessus le nom qu'on attribue à la cellule. Valider.
Si la **Boîte à Outils Contrôles** n'apparaît pas à l'écran : dans la barre de menus, cliquer sur **Affichage - Barres d'outils - Boîte à outils Contrôles**
3. On prépare maintenant l'utilisation de la **macro**. Cliquer sur le rectangle gris **Bouton de commande** de la nouvelle barre d'outils Déplacer la souris vers le milieu de la feuille : la flèche se transforme en croix noire fine. Cliquer et déplacer la souris en laissant appuyé, ce qui crée un bouton. On peut redimensionner, déplacer et renommer ce bouton. Pour le renommer, clic droit sur le bouton, **Objet Bouton de commande** ; **Edition**. Écrire par exemple **Action !**. Placer le bouton sur la plage **A6:A7**.

4. On va maintenant écrire le code.

Clic droit sur le bouton **Action !**, **Visualiser le code**. Écrire le code suivant en dessous de **Private Sub CommandButton1_Clic()**

```
For i = 1 To 400
a = Sheets("Série").Range("pi")
Sheets("Série").Range("début").Offset(i,0) = a
Next i
```

La première et la quatrième ligne génèrent une boucle ; la deuxième place dans la variable **a** ce que contient la cellule **pi** de la feuille **Série**; et la troisième le restitue à partir de la cellule **début** avec un déplacement de **i** lignes et 0 colonne.

Fermer Visual Basic en cliquant sur la croix le plus en haut à droite.

Cliquer sur le bouton **Désactiver le mode création** (équerre bleue). Appuyer sur **Action !**

3^{ème} étape Comparaison de la série à une distribution normale.

1. On va d'abord visualiser cette série à l'aide d'un histogramme. Pour définir les classes, on crée une liste de nombres de **2,98** à **3,30** avec un pas de **0,02** ligne 1 à partir de **C1** vers la droite. Ces nombres sont les centres des classes. La première classe est ainsi [2,97 ; 2,99[

Pour réduire la largeur des colonnes, sélectionner les colonnes **C** à **S**, puis placer la souris entre les colonnes **C** et **D**. Cliquer et déplacer la souris pour amener à 4 la largeur de **C**. Les autres largeurs doivent suivre.

Puis pour placer chaque nombre dans sa classe, on copie dans **C2** la formule

=si(et(c\$1-0,01<=\$b2;\$b2<c\$1+0,01);1;0) qu'on recopie horizontalement jusqu'en **S2**.

2. Sélectionner la plage **C2:S2** et la recopier vers le bas jusqu'à la ligne 401. Compter ligne 402 l'effectif de chaque classe.

3. Sélectionner la plage **C402:S402** et cliquer sur l'assistant graphique. **Terminer**. Clic droit dans la zone de traçage. **Format de la zone de traçage...** ; **Aires** ; **Aucune** ; **OK**. Puis clic droit sur l'axe des ordonnées. **Format de l'axe...** ; **Echelle**. Décocher le maximum et le fixer à 80 s'il n'y est pas. ;. Ramener l'historgramme en haut de la feuille. Puis faire un clic droit sur l'historgramme, **Données source** ; **Série** ; **Étiquette des abscisses**, clic sur le carré coloré à droite du rectangle blanc. Sélectionner la plage **C1:S1**. Fermer la fenêtre.

4. Pour comparer avec une loi normale, il faut en connaître l'espérance et l'écart-type. On connaît l'espérance,

l'écart-type est $\sqrt{\frac{\pi(4-\pi)}{1000}}$. Écrire l'écart-type dans **A2**.

5. Dans **C403**, écrire la formule

=8*exp(-0,5*((c1-pi())/a2)^2)/(a2*racine(2*pi()))

et recopier cette formule jusqu'à la colonne **S**. Faire un clic droit sur l'historgramme, **Données source**, **Ajouter, Valeurs**, Clic sur le carré coloré à droite du rectangle blanc. Sélectionner la plage **C403:S403**

Faire un clic droit sur le nouvel histogramme : **Type de graphique**, **Nuage de points**, courbe en haut de la colonne de droite, **OK**. Effacer la légende. Agrandir et appuyer sur **Action !**

4^{ème} étape. Pourcentages de réussite

Les valeurs $(x_i)_{1 \leq i \leq 400}$ obtenues dans la série étudiée sont des valeurs approchées du nombre π . On va caractériser la dispersion de cette série par son écart-type **s**, et on va compter le pourcentage d'intervalles de la forme $[x_i-s ; x_i+s[$ et $[x_i-2s ; x_i+2s[$ qui contiennent effectivement la valeur π .

Écrire en **A3** **=ecartype(b2:b401)**. Sélectionner **A2:A3** ; **Format** ; **Cellule** ; **Nombre** ; **Nombre de décimales** : **5**

1. Pourcentage d'intervalles de la forme $[x_i-s ; x_i+s[$ contenant π .

Écrire en **T2** : **=si(et(\$b2-\$a\$3<=pi();pi()<\$b2+\$a\$3);1;0)**.

Recopier cette formule jusqu'en **T401**.

Sélectionner les cellules **A4** et **A5**, **Format** ; **Cellule** ; **Pourcentage** ; **Nombre de décimales** : **0**

Écrire en **A4** une formule donnant le pourcentage d'intervalles contenant π .

2. Pourcentage d'intervalles de la forme $[x_i-2s ; x_i+2s[$ contenant π .

Faire un travail analogue colonne **U** en adaptant la formule à écrire dans **U2**.

Écrire en **A5** une formule donnant le pourcentage d'intervalles contenant π

3. Chaque appui sur le bouton **Action !** donne de nouveaux pourcentages.