Université de Nice
Département de Mathématiques
L1MASS, année 2015-2016
Statistique

NOM : Date : .
PRENOM :
Machine n^o (SSSMM) :

Feuille-réponse 07
Covariance et corrélation

1 Calcul à la main

On pose $x = (0, 2, 4, 6)$ et $y = (2, 6, 4, 0)$. Calculer la matrice de variance-covariance Σ des échantillons x et y, ainsi que leur matrice de corrélation R. Ne manquez pas de vérifier le résultat de vos calculs à l'aide de `R`. Représentez en marge le "nuage" (x, y) et la droite de régression $y = ax + b$.

Moyennes :

$\bar{x} = \frac{1}{4-1}(0 + 2 + 4 + 6) =$

$\bar{y} =$

Variances :

$\mathrm{var}\,(x) =$

$\mathrm{var}\,(y) =$

Covariance :

Σ et R

Equation de la droite de régression :

$a =$

$b =$

l'équation de la droite de régression est donc

2 Reprise du cours 06

Former trois échantillons gaussiens simulés `x`, `y`, et `z` de taille `200`, d'espérance respective `0`, `2`, et `2` et d'écart-type `1`, `1`, et `5`. Afin de pouvoir reproduire exactement vos échantillons faites précéder vos trois appels de la fonction `rnorm` par l'instruction `set.seed(SSSMM)`, où SSSMM désigne le numéro de votre machine que vous aurez reproduit au début de votre copie, sous votre nom.

1. Former un `data.frame` appelé `MesDonnées` regroupant `x`, `y`, et `z` ; quelles sont les trois premières lignes de `MesDonnées`

2. Déterminer la moyenne et l'écart-type de vos trois échantillons `x`, `y`, et `z`. Ces nombre sont-ils égaux/proches de ceux que vous attendiez. Expliquez.

3. Quelle est la matrice de variance-covariance Σ de vos échantillons `x`, `y`, et `z` (arrondir à 3 chiffres après le point décimal)

4. Faites tracer à l'écran puis esquissez (en marge de cette page) le nuage des `x` et `y`. Comment se manifeste que les échantillons `x` et `y` sont indépendants ?

5. Comment se manifeste la différence de moyenne de `x` et `y` ?

6. Comment se manifeste que ces échantillons suivent une loi normale ?

7. Faites tracer le nuage des `x` et `z` Comment se manifeste la différence d'écart-type de `x` et `z` ? Les deux nuages se présentent pourtant de façon similaire : commentez.

8. Faites *ajouter en rouge* (avec `points`) le nuage des `x` et `y`. Esquissez en marge de cette page la figure obtenue à l'écran.

9. On forme les échantillons `u=x+z` et `v=x-z`. Représenter le nuage des `u` et `v`. Qu'observez-vous ?

10. Former le `data.frame` `MD2` des `u` et `v`. Donner la matrice de variance-covariance $\Sigma(u, v)$ des `u` et `v` et leur matrice de corrélation $R(u, v)$. Que vaut $\rho = cor(u, v)$? Commentez.

11. Quelle est l'équation $v = au + b$ de la droite de régression des `v` sur les `u` ? (Indication : utiliser `lm` et `coef`). Ajoutez cette droite à votre croquis de la question 9.

12. Comment peut-on retrouver la pente a de la droite de régression à partir de la matrice de variance-covariance ? Vérifiez que vous retrouvez bien le même résultat que celui donné par `R`.

13. Comment peut-on retrouver l'ordonnée à l'origine b. Vérifiez que vous retrouvez bien le même résultat que celui donné par `R`.