

Fiche de TP 3 :
**Incidence du paiement d'un dividende
sur le prix d'une action et d'une option**

Le paiement de dividendes est, avec le droit de révoquer le management (les gestionnaires de l'entreprise côtée), le principal contrôle qu'exercent les actionnaires sur cette entreprise. La date t^* et le montant D de ce dividende sont fixés par l'AG, longtemps avant t^* . Le marché anticipe donc ce paiement. Si l'on note Π_t la valeur d'un portefeuille géré en dividende réinvesti (on ne modifie pas la somme qu'on a investie dans l'entreprise), il est légitime de supposer que c'est Π_t qui suit un modèle CRR :

$$\Pi_0 = S_0, \Pi_{t+\delta t} = \Pi_t^\pm := \Pi_t u^\pm \text{ avec } u^+ = \text{up} = u \text{ et } u^- = \text{down} = d.$$

Par gestion en dividende réinvesti on entend qu'à la date t^* , lorsque D est versé, la somme sert à acheter une fraction $c = \frac{D}{S_{t^*}}$ d'action pour chaque action détenue (et donnant droit au versement de D) donc avant t^* , une action est détenue et donc $\Pi_t = S_t$ pour $t < t^*$, alors qu'à t^* et après, il y a $(1+c)$ actions détenues, et donc

$$\Pi_t = S_t(1+c) \quad (t \geq t^*) \quad (1)$$

d'où $S_t = \frac{1}{1+c}\Pi_t$ et en particulier

$$\begin{aligned} S_{t^*} &= \frac{1}{1+c}\Pi_{t^*} = \frac{1}{1+c}\Pi_{t^*-\delta t}u^\pm = \frac{1}{1+c}S_{t^*-\delta t}u^\pm \\ &= \frac{1}{1+\frac{D}{S_{t^*}}}S_{t^*-\delta t}u^\pm \end{aligned}$$

qui, après calcul, donne simplement

$$S_{t^*} = S_{t^*-\delta t}u^\pm - D$$

alors que pour $t > t^*$, (1) redonne

$$S_t = S_{t-\delta t}u^\pm \text{ pour } t > t^*, \text{ comme pour } t < t^*.$$

1. Tracer les trajectoires de Π
2. Tracer les trajectoires de S
3. Calculer et tracer les prix d'options call et put, européennes et américaines