

Fiche de TP 4 :
Convergence du prix CRR vers le prix Black-Scholes

1. Explorer la bibliothèque *finance* de Maple en interrogeant `?finance` puis en étudiant `blackscholes`. Cette commande comporte 6 paramètres, le prix initial du sous-jacent S_0 , le prix d'exercice du call K , le taux sans risque r , la date d'exercice T , la volatilité σ et le *hedge*, qui est en réalité le nom de la variable destinée à stocker le *ratio de couverture* Δ , que cette commande calcule au passage. Faire un essai en calculant le prix d'un call avec les données suivantes :

$$S_0 = 140 \text{ , } K = 160 \text{ , } r = 0.25 \text{ , } T = 1, \sigma = 0.4, \text{hedge} = ' \text{hedge}'$$

2. Vérifiez expérimentalement, en faisant varier σ que le prix BS est une fonction strictement monotone de σ . Est-elle croissante ou décroissante ?
3. En utilisant la fonction *binomial* de Maple, tracer, pour $n = 10$, $n = 20$, $n = 50$ les histogrammes (utiliser *histogram*) des lois de probabilité binomiales de paramètres n et $p = 0.55$.
4. Calculer au moyen de la *formule exacte de Cox-Ross-Rubinstein* le prix du call de mêmes paramètres que le précédent pour quelques choix de valeurs de n (10, 50, 100 par exemple). On prendra par exemple le modèle pour lequel $u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$ et $d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}}$ (et $R = e^{r\delta t}$).
5. Faire un dessin du prix CRR calculé pour toutes les valeurs de n comprises entre 10 et 100 et du prix Black-Scholes afin d'étudier comment le premier converge vers sa limite.
6. Reprendre le dessin pour $K = 140$ (call à la monnaie).
7. En choisissant cette fois le modèle pour lequel $u = 1 + \mu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}$ et $d = 1 + \mu\delta t - \sigma\sqrt{\delta t}$, étudier l'influence de μ sur le prix. Ce paramètre influe-t-il sur le prix BS ?
8. Comment converge le ratio Δ calculé au moyen de l'arbre binomial vers le hedge calculé par Maple ? Superposer ce ratio et le prix sur une même figure.
9. Il n'y a pas de commande prévue dans Maple pour calculer le prix d'un put. Dire pourquoi et refaire l'exercice avec un put.