

Feuille 6.

1. Étude de diagonalisabilité

Soient $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ et

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & b \\ c & 2 & d \\ e & f & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & a & b \\ c & 1 & d \\ e & f & 1 \end{pmatrix}$$

- (a) On suppose que les nombres $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ sont tous nuls sauf un qui n'est pas nul. Montrer que A n'est pas diagonalisable. Trouver les cas pour lesquelles B est diagonalisable.
- (b) Étudier la diagonalisabilité de B dans le cas où $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ sont tous nuls sauf deux qui ne sont pas nuls.

2. Étude de diagonalisabilité

Soient $a, b \in \mathbb{R}$ et

$$A = \begin{pmatrix} -2a + 3b + 6 & -2b - 4 & -2a + b - 2 \\ 2b - 1 & 6 & 2b + 1 \\ -b - 2a & -2b & -2a - 3b + 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Soit la base $B = \{(1, 1, -1), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ de \mathbb{R}^3 . Calculer $M_B^B(f_A)$.
- (b) Calculer le polynôme caractéristique de A (le résultat ne dépendra pas de b) et les valeurs propres.
- (c) Étudier en fonction de a et b quand A est diagonalisable.

3. Trigonalisation

- (a) Trigonaliser la matrice suivante

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b) Trigonaliser la matrice suivante

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- (c) Trigonaliser la matrice suivante

$$A = \begin{pmatrix} 3a - 4 & -6a + 6 & 2a - 2 \\ 2a - 2 & -4a + 3 & a - 1 \\ a - 3 & -2a + 6 & -1 \end{pmatrix}$$