

ETUDE DE LA STABILITE DU PROCEDE DE COEXTRUSION

R. VALETTE¹, L. GAVRUS¹, P. LAURE², B. VERGNES¹, Y. DEMAY²
et J.-F. AGASSANT¹

¹ Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, CEMEF, Sophia Antipolis
² Institut Non-Linéaire de Nice, Sophia Antipolis

1 Le procédé de coextrusion et ses limites

1.1 Les écoulements multicouches

L'extrusion est le procédé de mise en forme des thermoplastiques le plus utilisé. Ses applications couvrent un large domaine allant de la fabrication de films à la réalisation de profilés [1]. Lorsque l'on extrude simultanément dans une même filière plusieurs fluides à partir de plusieurs extrudeuses, on parle de coextrusion : on réalise un écoulement multimatière et le produit obtenu en sortie de filière est dit multicouche. L'intérêt d'un tel procédé est qu'il permet de conférer au produit les propriétés spécifiques de chacune des couches qui le composent (propriétés mécaniques, propriétés barrières par rapport à la diffusion des gaz). Les configurations classiquement rencontrées sont celles où un liant assurant leur adhésion est interposé entre deux couches voisines; les produits présentent donc souvent trois ou cinq couches de polymère.

On peut distinguer en général quatre types de défauts sur le produit extrudé une fois solidifié :

- une mauvaise adhésion entre les couches,
- une instabilité de type rupture d'extrudat apparaissant à grands débits,
- une mauvaise répartition des produits dans le sens de la largeur due au contournement d'un produit par un autre (phénomène d'enrobage),
- une irrégularité de l'interface entre les couches, qui présente un aspect allant de l'oscillant au chaotique (figure 1).

Ce dernier défaut est la conséquence d'**instabilités interfaciales** qui se développent dans la partie finale de la filière (où les différentes couches de polymère sont en contact) . La variation d'épaisseur des différentes couches altère les propriétés optiques donc esthétiques du produit et le rend inutilisable dans bien des cas. Aujourd'hui, les industriels ne disposent pas d'outils fiables permettant de prévoir l'apparition de tels défauts.

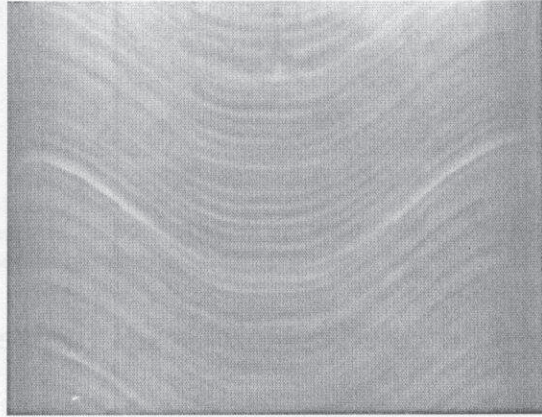


Figure 1: Vue de dessus d'un film trois couches. Les vagues observées sont dues à une instabilité interfaciale (Document Elf-Atochem).

1.2 Etude des instabilités interfaciales

Dans notre étude, dont la motivation scientifique est de comprendre la physique des écoulements multimatériaux, nous nous intéresserons aux conditions d'apparition de ces instabilités. Du point de vue industriel, notre volonté est de fournir au transformateur des critères utiles à l'optimisation du procédé. Pour y parvenir nous menons de front une étude de stabilité linéaire pour des lois de comportement rhéologiques *réalistes* (rendant compte à la fois de la dépendance de la viscosité en fonction du taux de cisaillement et des phénomènes élastiques) que nous comparons à une étude expérimentale dans des conditions de laboratoire. Dans la suite, nous présentons une étude de la stabilité de l'écoulement de coextrusion de fluides purement visqueux (loi de Carreau-Yasuda [1]) et viscoélastiques (loi de White-Metzner [2]) dans le cas asymptotique aux grandes ondes, que nous comparons aux expériences de Gavrus et Vergnes [3] effectuées sur une ligne de coextrusion pilote du CEMEF.

2 L'étude expérimentale

2.1 Le dispositif

Il existe peu d'études expérimentales sur le sujet. Yu et Sparrow [4] ont étudié l'écoulement d'un système huile minérale/eau (rapport de viscosité 10) dans un

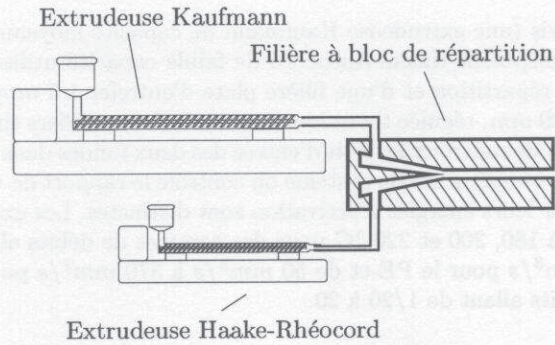


Figure 2: Coextrusion, dispositif expérimental (CEMEF).

canal transparent et ont montré que la stratification de viscosité peut causer une instabilité interfaciale, même à très faible nombre de Reynolds. Kao et Park [5] ont conçu un appareil qui permettait d'introduire une perturbation contrôlée de cet écoulement. Ces expériences ont malheureusement été conduites à grand nombre de Reynolds et donc les instabilités observées n'étaient pas nécessairement d'origine interfaciale. Seuls Wilson et Khomami [6] [7] [8] ont tenté de relier les résultats de stabilité linéaire et une étude expérimentale en contrôlant les perturbations. Ils ont utilisé deux fluides incompatibles (polypropylène et polyéthylène haute densité) dans une filière plate. Leur dispositif d'observation était constitué de quatre *fenêtres* placées le long de la filière, permettant à une caméra de recevoir le signal d'une source lumineuse placée de l'autre côté de la filière. Un des polymères étant opaque, le signal observé donne une image de la position de l'interface. Un ordinateur permet de visualiser en un temps donné le comportement spatial des perturbations et, en un point, son évolution temporelle. Leurs observations sont comparées aux résultats théoriques obtenus pour des fluides viscoélastiques (loi d'Oldroyd-B avec une viscosité suivant une loi puissance tronquée).

Le premier objectif au CEMEF a été de vérifier si des résultats simples de calcul de stabilité étaient en accord avec l'expérience. Deux séries d'expériences successives ont été réalisées, en collaboration avec Elf-Atochem, sur un montage de coextrusion à deux couches (figure 2), utilisant un polyéthylène haute densité (PEHD) et un polystyrène (PS). Le comportement rhéologique de ces deux produits a été caractérisé à l'aide d'un rhéomètre capillaire (viscosité η fonction du taux de cisaillement) et d'un rhéomètre cône-plan (viscosité et première différence de contraintes normales fonction du taux de cisaillement) à plusieurs températures (figures 3 et 4). Le montage se compose schématiquement de deux

extrudeuses monovis (une extrudeuse Kaufmann de capacité moyenne utilisée pour le PS et un dispositif Haake-Rheocord de faible capacité utilisé pour le PE), d'un bloc de répartition et d'une filière plate d'entrefer 1.5 mm , de longueur et largeur 100 mm , réglée thermiquement à l'aide de colliers chauffants. Ce montage permet de contrôler le débit d'entrée des deux fluides dans la filière. En faisant varier la température du système on contrôle le rapport de viscosités des deux fluides car leurs énergies d'activation sont distinctes. Les expériences ont été effectuées à $180, 200$ et $220\text{ }^\circ\text{C}$ pour des gammes de débits allant de $5\text{ mm}^3/\text{s}$ à $1300\text{ mm}^3/\text{s}$ pour le PE et de $50\text{ mm}^3/\text{s}$ à $370\text{ mm}^3/\text{s}$ pour le PS, le rapport des débits allant de $1/20$ à 20 .

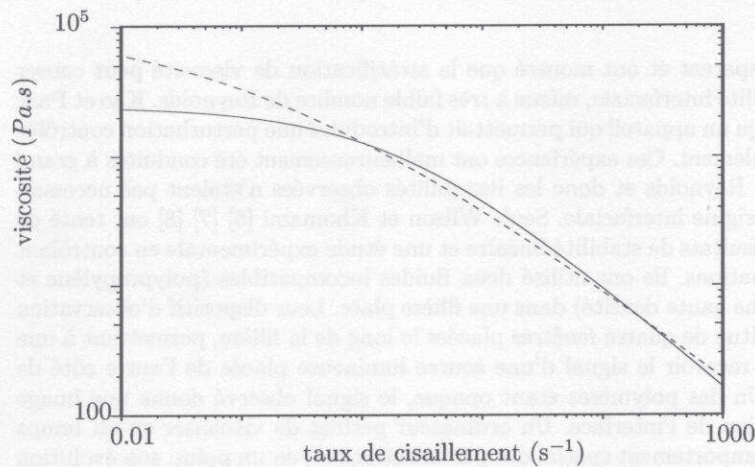


Figure 3: Courbes de viscosité à $200\text{ }^\circ\text{C}$ du polystyrène (—) et du polyéthylène (- -)

2.2 Les résultats

Pour certains couples de débits nous avons observé, en sortie de filière, des ondulations plus ou moins prononcées de l'épaisseur du film dont on pouvait estimer la périodicité. De telles configurations sont considérées comme "instables". Les configurations donnant un film présentant un aspect lisse sont considérées comme "stables". On a pu observer des transitions franches entre

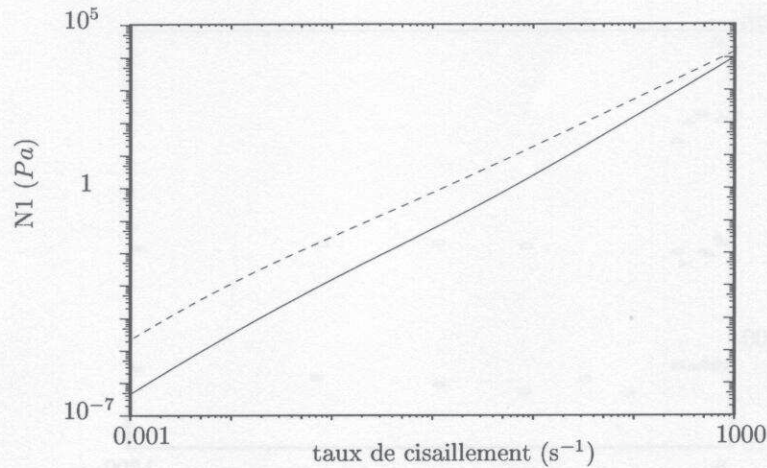


Figure 4: Première différence de contraintes normales à 200 °C du polystyrène (—) et du polyéthylène (- -)

des configurations stables et instables, notamment dans le cas où les débits étaient équilibrés.

On regroupe les résultats expérimentaux pour chaque température dans un graphe (Q_{PE}, Q_{PS}), où Q est le débit de chaque polymère. La figure 5 présente les résultats obtenus à 220°C : à débit de polystyrène constant on observe un écoulement instable à faible débit de polyéthylène, on devient ensuite stable dans une large plage de débit puis instable à fort débit de polyéthylène. En augmentant le débit de polystyrène, la première zone instable s'étend et la deuxième zone instable est repoussée vers les hauts débits de polyéthylène. En augmentant encore le débit de polystyrène, on ne retrouve plus d'instabilités.

3 L'étude de la stabilité

3.1 La modélisation du problème

La première analyse théorique de stabilité est due à Yih [9] en 1967. Il a étudié le cas de deux fluides newtoniens. Pour généraliser ce comportement, Khomami [10] [11] a utilisé une loi puissance et Pinarbasi et Liakopoulos [12] des lois

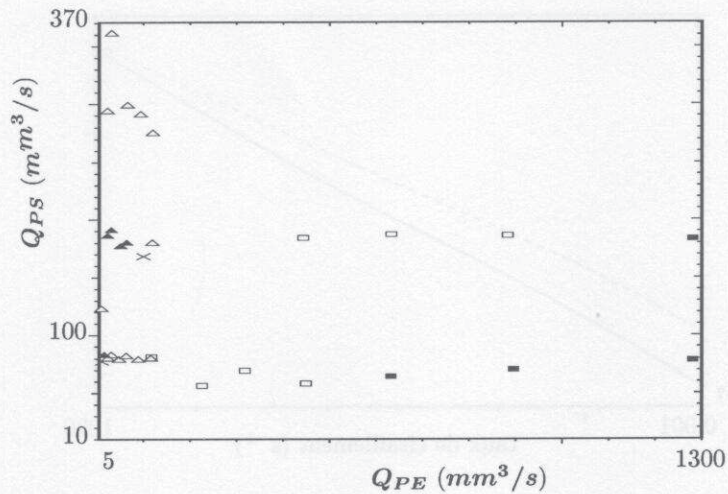


Figure 5: Résultats expérimentaux (PE,PS) à 200 °C. Première série: Δ (stable), \blacktriangle (instable), \times (indéterminé). Deuxième série: \square (stable), \blacksquare (instable).

pseudoplastiques de Carreau-Yasuda ou des lois à seuil de type Bingham. Le comportement viscoélastique a été introduit dans l'étude de stabilité par Su et Khomami [13] qui ont considéré des fluides d'Oldroyd-B dont la partie visqueuse suit une loi puissance tronquée. La plupart des résultats actuels concernent une loi de comportement du type Oldroyd-B.

Nous nous intéressons ici au cas deux couches qui, même s'il n'est pas souvent rencontré dans le procédé, permet d'aborder la physique des instabilités interfaciales. On considère un écoulement dans une filière plate dont la hauteur est petite devant la largeur et la longueur (rapport 100 en moyenne). Un tel écoulement peut raisonnablement être modélisé par un écoulement de Poiseuille bidimensionnel, stationnaire et invariant par translation, représenté à la figure 6 (x est la direction de l'écoulement). Les couches 1 et 2 ont une épaisseur d_1 et d_2 . Dans la suite, on appellera cet écoulement *écoulement de base*, en opposition à l'écoulement perturbé.

Les deux fluides sont supposés non miscibles et incompressibles et l'écoulement

est considéré comme isotherme. Les équations du problème sont de trois types. Dans chaque couche on exprime la relation fondamentale de la dynamique, la loi de comportement et la conservation de la matière, aux bords on décrit la condition de vitesse nulle et à l'interface on écrit l'équation de non-miscibilité et les relations de continuité du vecteur contrainte et de vitesse.

Nous utilisons une loi de comportement de Carreau-Yasuda, puis de White-Metzner qui en est une extension au cas viscoélastique. On note $\mathbf{u}_K = (u_K, v_K)$ et $\boldsymbol{\sigma}_K$ le champ de vitesse et le tenseur des contraintes dans la couche K :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_p \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\tau}_s = 2\eta_s(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}_p + \lambda(\dot{\gamma}) (\partial_t \boldsymbol{\tau}_p + \mathbf{u} \nabla \boldsymbol{\tau} - \nabla \mathbf{u} \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^T \nabla \mathbf{u}) = 2\eta_p(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3)$$

où η_s, η_p sont deux viscosités. Le modèle de White-Metzner [14] suppose que les viscosités et le temps de relaxation obéissent à une loi de Carreau-Yasuda : $\eta_p(\dot{\gamma}) = \alpha \eta_0 [1 + (k\dot{\gamma})^a]^{\frac{m-1}{a}}$, $\eta_s(\dot{\gamma}) = (1 - \alpha)\eta_0 [1 + (k\dot{\gamma})^a]^{\frac{m-1}{a}}$ et $\lambda(\dot{\gamma}) = \lambda_0 [1 + (l\dot{\gamma})^b]^{\frac{n-1}{b}}$. On obtient la loi purement visqueuse de Carreau-Yasuda pour $\lambda(\dot{\gamma}) = 0$. En général, α est proche de 1. Son influence sur la stabilité étant très faible, nous choisissons $\alpha = 1$ dans les calculs. L'incompressibilité et la relation fondamentale de la dynamique s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho(\partial_t \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \nabla p + \rho g \mathbf{e}_y \quad (5)$$

où $g \mathbf{e}_y$ est le vecteur accélération de la pesanteur. L'adimensionnement de ces équations fait apparaître un nombre de Reynolds \mathcal{Re} et un nombre de Weissenberg We_K dans chaque couche K qui est en facteur de la contribution élastique dans l'équation d'équilibre. L'ordre de grandeur de ces nombres est $\mathcal{Re} \simeq 10^{-7}$ et $We_K \simeq 1$ dans une expérience de coextrusion.

On note, dans le cas général, $y = h(x, t)$ l'équation de l'interface ($h \equiv d_1$ pour l'écoulement de Poiseuille stationnaire). Il y a continuité de la vitesse à l'interface et on tient compte d'une tension superficielle entre les deux fluides.

L'équation cinématique qui décrit la condition de non-miscibilité des deux fluides (une particule fluide se trouvant à l'interface se déplace avec l'interface) s'écrit :

$$\partial_t h(x, t) + \partial_x h(x, t) \cdot u(x, h) = v(x, h) \quad (6)$$

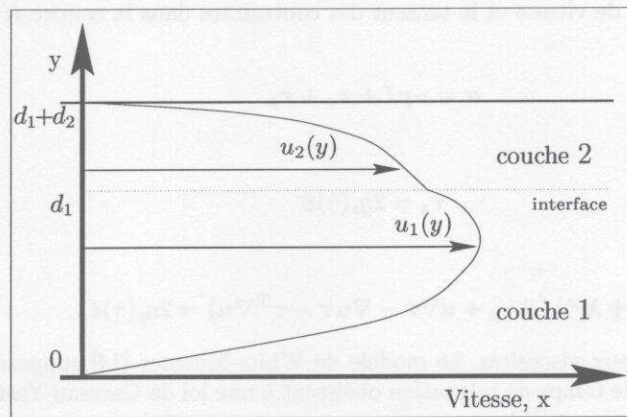


Figure 6: Ecoulement de Poiseuille plan deux couches.

3.2 La stabilité linéaire

Le principe de l'étude de stabilité linéaire est d'introduire dans l'écoulement de Poiseuille des perturbations d'amplitude suffisamment petite pour que l'effet des termes non linéaires soit négligeable. On étudie ensuite l'évolution de ces perturbations qui peuvent disparaître ou s'amplifier. Cette approche est validée par l'observation puisqu'on constate que les instabilités se développent à partir de l'écoulement de Poiseuille, probablement sous l'effet du bruit environnant, pour certaines conditions opératoires. On peut donc considérer que l'étude de stabilité linéaire permet de déterminer si le système se comporte ou non comme un amplificateur de bruit en fonction des conditions opératoires.

De façon formelle, on peut écrire les équations du problème de la manière suivante :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = F(\Psi) \text{ avec } \Psi = (\mathbf{u}_K, \tau_K, p_K, h) \quad (7)$$

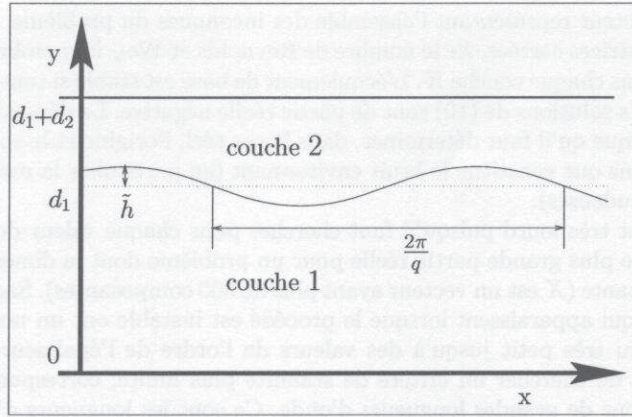


Figure 7: Perturbation de l'interface.

Nous avons précisé que la longueur dans la direction de l'écoulement est grande et elle est (mathématiquement) supposée infinie. Il n'y a donc pas de conditions aux bords naturelles aux extrémités en x . On cherche donc des perturbations périodiques en x de la forme $\hat{\Psi} = \tilde{\Psi}(y)e^{iqx+st}$.

L'équation (7) linéarisée autour de la solution de Poiseuille $\bar{\Psi}$ devient :

$$s\tilde{\Psi}e^{iqx+st} = DF_{|\bar{\Psi}}(\tilde{\Psi}e^{iqx+st}) \quad (8)$$

Puisque $\bar{\Psi}$ est stationnaire, on obtient :

$$s\tilde{\Psi} = e^{-iqx} DF_{|\bar{\Psi}}(\tilde{\Psi}e^{iqx}) = L_q(\tilde{\Psi}) \quad (9)$$

De cette manière, on décompose le bruit introduit en vagues de direction x dont le taux d'amplification est donné par $s_r = Re(s)$ (partie réelle) et la fréquence par $s_i = Im(s)$ (partie imaginaire). La période spatiale de l'onde est l'inverse du nombre d'onde longitudinal q (figure 7), qu'on choisit réel pour l'étude temporelle. Ce système d'équations est discrétisé à partir d'une méthode Chebyshev-collocation [15]. On doit alors résoudre le problème aux valeurs propres généralisées suivant :

$$AX = s(q, Re, We_K, \dots)BX, \quad (10)$$

où X est un vecteur représentant l'ensemble des inconnues du problème, A et B sont deux matrices carrées, $\mathcal{R}e$ le nombre de Reynolds et We_K les nombres de Weissenberg dans chaque couche K . L'écoulement de base est stable si toutes les valeurs propres s solutions de (10) sont de partie réelle négative. La dépendance en q de s_r implique qu'il faut déterminer, dans le cas réel, l'origine et le spectre des perturbations que constitue le bruit environnant (en particulier la rotation des vis des extrudeuses).

Un tel calcul est très lourd puisqu'il faut chercher pour chaque valeur de q la valeur propre de plus grande partie réelle pour un problème dont la dimension est assez importante (X est un vecteur ayant plus de 300 composantes). Sachant que les vagues qui apparaissent lorsque le procédé est instable ont un nombre d'onde allant du très petit jusqu'à des valeurs de l'ordre de l'épaisseur d , il devient naturel de chercher un critère de stabilité plus limité, correspondant aux perturbations de grandes longueurs d'onde. Ce sont les longueurs d'onde qui sont au moins de l'ordre de l'épaisseur donc qui seront visibles dans le procédé. Nous avons donc étudié dans la suite les équations asymptotiques.

3.3 La stabilité asymptotique

L'étude asymptotique consiste à regarder le signe de la dérivée en $q = 0$ du taux d'amplification $s_r(q)$ pour la solution évidente $s(0) = 0$ (qui correspond à l'écoulement de base). Si s_r grandit, il devient positif et on conclut que l'écoulement est linéairement instable. Par contre, si s_r diminue on ne peut pas conclure sur la stabilité linéaire, on dira simplement que l'écoulement est asymptotiquement stable. Remarquons que l'étude asymptotique revient à considérer une interface variant faiblement, nous sommes donc dans le cadre des hypothèses de la lubrification hydrodynamique (les dérivées suivant x sont petites devant les dérivées en y d'un facteur q). La méthode consiste à développer chaque variable par rapport à q , en particulier le taux d'accroissement s'écrit $s = iq(s^0 + qs^1 + q^2s^2 + \dots)$. Les solutions cherchées sont alors de la forme $\Psi = \Psi^0 + q\Psi^1 + q^2\Psi^2 + \dots$ (où i dans Ψ^i est un indice).

Ces expressions sont substituées dans les équations (10) et on identifie les différentes puissances de q . Les équations dynamiques et de comportement sont découplées de l'équation cinématique qui va donner les coefficients s^0 (qui donne la période de la perturbation), puis s^1 (qui détermine la stabilité). La résolution numérique de ce système d'équations est analogue au calcul de l'écoulement de base.

3.4 Les résultats

3.4.1 Fluides visqueux

Nous avons déterminé les paramètres rhéologiques des lois de comportement de Carreau-Yasuda et de White-Metzner pour les deux polymères et tracé les courbes de stabilité neutre correspondant aux gammes de débits utilisés, pour chaque température. Une courbe de stabilité neutre dans le plan (Q_1, Q_2) sépare les régions où l'écoulement est calculé asymptotiquement stable (S) et instable (U).

L'exemple de la figure 8 montre une telle courbe calculée dans l'hypothèse de deux fluides de Carreau-Yasuda à 200 °C. Elle fait apparaître trois frontières : celle du milieu, notée 1, correspond à un écoulement où l'interface correspond à un taux de cisaillement nul, les deux autres notées 2 et 3 correspondent à un écoulement où le taux de cisaillement des deux fluides est égal et non nul à l'interface. On observe que le profil de vitesses de l'écoulement de base est convexe dans le cas stable et non convexe dans le cas instable (figure 10). On retrouve le critère donné par Charru et Fabre [16] dans le cas de fluides newtoniens : **l'écoulement est asymptotiquement stable si et seulement si le profil de vitesse de l'écoulement de base est convexe**. Plus "physiquement", on peut dire que l'écoulement est asymptotiquement stable si et seulement si le fluide "entraînant" a un taux de cisaillement à l'interface inférieur au fluide "entraîné".

3.4.2 Fluides de White-Metzner

La figure 9 montre la courbe de stabilité neutre obtenue pour le cas White-Metzner à 200 °C. Les frontières du cas précédent (loi de comportement de Carreau-Yasuda) sont conservées pour le cas où l'interface est au front de matière et déplacées d'autant plus que le rapport des élasticités à l'interface est grand pour les autres frontières. A ces courbes neutres viennent s'ajouter deux nouvelles frontières, l'une pour les grands débits de PE (bord inférieur droit de la figure) et l'autre pour les grands débits de PS (partie quasiment tangente à l'axe vertical, bord supérieur gauche de la figure). La première constatation est que le fait d'introduire l'élasticité dans le calcul de stabilité renverse les résultats obtenus dans le cas visqueux : **le critère de convexité donnant la stabilité asymptotique dans le cas visqueux est invalidé dans la majeure partie des régions étudiées**. Nous avons retrouvé cette caractéristique dans tous nos calculs. L'influence de l'élasticité est d'autant plus évidente que les taux d'accroissement calculés dans le cas visqueux sont de l'ordre de 10^{-10} alors que pour l'étude viscoélastique il est 10^8 fois plus important. Le cas général pour une loi de White-Metzner semble être que l'élasticité ajoute deux frontières à l'intérieur

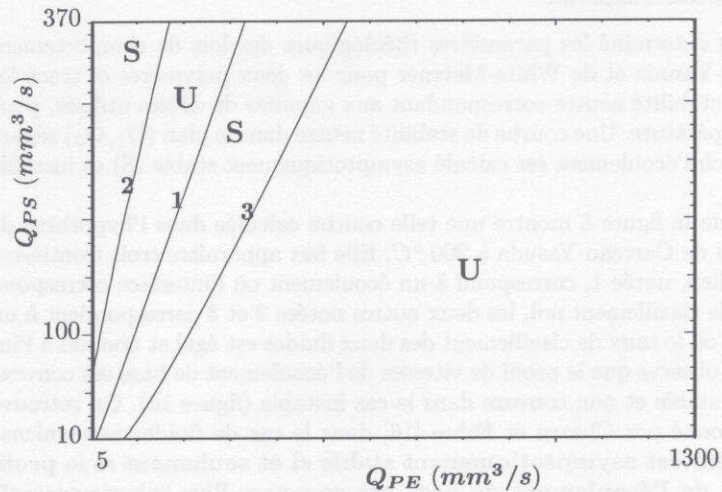


Figure 8: Courbe de stabilité neutre pour l'écoulement bicouche PE/PS (loi de Carreau-Yasuda, 200 °C)

desquelles la stabilité est inversée et accentuée (les taux d'accroissement sont bien supérieurs) par rapport au cas visqueux. À l'extérieur de ces frontières la stabilité est inchangée et correspond au critère "classique" de couche lubrifiante. Ce résultat est en accord avec les études antérieures effectuées pour des fluides d'Oldroyd-B où le critère visqueux était conservé seulement si le fluide le plus élastique était majoritaire.

4 La comparaison aux expériences

Les figures 11 et 12 comparent les zones de stabilité pour, respectivement, une loi de Carreau-Yasuda et une loi de White-Metzner avec les résultats expérimentaux.

4.1 Le modèle visqueux

À faible débit de PE, on observe des situations stables ou instables selon le débit de PS alors que le calcul donne une région stable. En augmentant le débit,

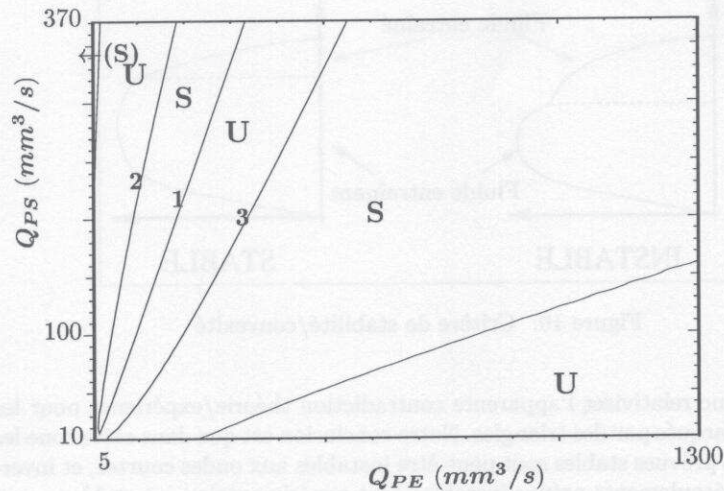


Figure 9: Courbe de stabilité neutre pour l'écoulement bicouche PE/PS (loi de White-Metzner, 200 °C)

l'écoulement expérimental est stable alors que le calcul le donne instable. La frontière expérimentale stable/instable à haut débit de PE n'est pas trouvée par le calcul.

En conséquence, nous pouvons craindre que le critère reliant la stabilité et la convexité du profil de vitesse de l'écoulement de base soit beaucoup trop pauvre (voire contradictoire) et ne reste fiable uniquement dans les zones où un des deux débits est très petit devant l'autre.

4.2 Le modèle viscoélastique

Quand on utilise le modèle de White-Metzner on constate une bonne cohérence entre le calcul et l'expérience à la fois à faible et fort débit de polyéthylène. On retrouve également le fait que l'accroissement du débit de polystyrène repousse l'apparition de l'instabilité à haut débit de polyéthylène. Il subsiste néanmoins des contradictions, par exemple à faible débit de PE. Laure *et al.* [17] ont montré que les nombres d'onde donnant le taux d'amplification maximum (pour les cas Oldroyd-B) étaient grands pour cette série d'expériences.

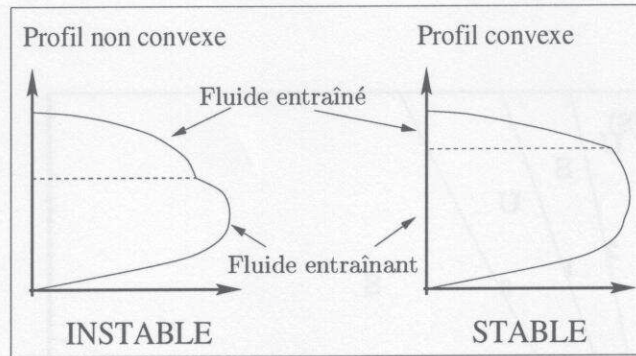


Figure 10: Critère de stabilité/convexité

On doit donc relativiser l'apparente contradiction théorie/expérience pour les résultats marqués par des triangles. Notre conclusion est que dans cette zone les expériences prévues stables sont peut-être instables aux ondes courtes, et inversement les écoulements prévus instables sont expérimentalement stables parce que l'instabilité n'a pas le temps de se développer si le taux d'amplification est trop faible devant la longueur du canal. Ceci expliquerait que les expériences marquées d'une croix étaient difficile à qualifier de stables ou instables.

Si maintenant nous nous intéressons au procédé industriel, il faut noter qu'il sera "dangereux" de rester dans une zone théoriquement stable aussi étroite que celle correspondant aux triangles. Par contre, on peut remarquer que même si l'écoulement est déstabilisé en augmentant légèrement le débit de PE, il sera à nouveau stable (dans une large zone) si on l'augmente encore.

5 Conclusion

5.1 Validation de l'étude de stabilité

La stabilité asymptotique a été étudiée dans le cas de deux couches pour des lois de comportement visqueuse de Carreau-Yasuda et viscoélastique de White-Metzner. On a pu observer dans le cas visqueux que le calcul prévoit la stabilité asymptotique lorsque le profil de vitesses de l'écoulement de base est convexe. En rajoutant l'élasticité, on renverse la stabilité asymptotique dans une large zone. Dans ce cas la comparaison avec les résultats expérimentaux de Gavrus et Vergnes est concluante. Il est cependant nécessaire de poursuivre ces comparaisons avec de nouveaux résultats expérimentaux. Nous ne disposons pas

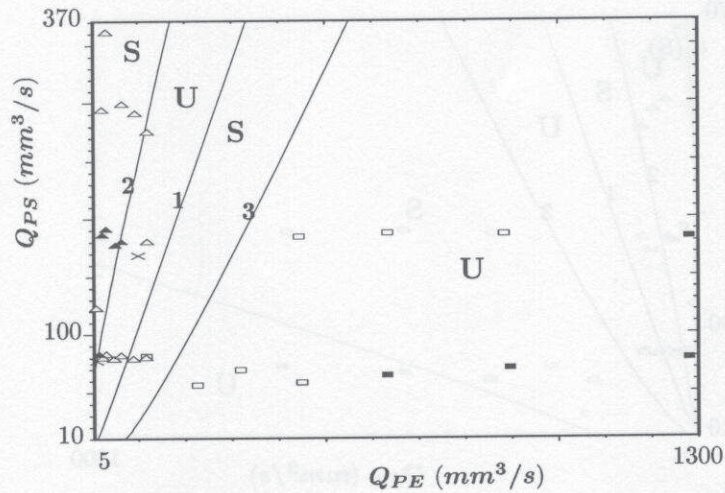


Figure 11: Comparaison entre courbe de stabilité et résultats expérimentaux (loi de Carreau-Yasuda, 200 °C)

actuellement de résultats quantitatifs notamment sur l'amplitude des oscillations. La comparaison de ces taux d'amplification à ceux prédits par la théorie linéaire peut être intéressante.

Dans le but de valider l'étude théorique de stabilité, l'effet du nombre d'onde sur la stabilité doit faire l'objet d'une étude expérimentale.

5.2 Simulation directe

On a supposé, pour effectuer l'étude de stabilité linéaire, la périodicité spatiale des perturbations. Le résultat principal du calcul est la croissance ou la décroissance temporelle (donnée par le signe de la partie réelle de la valeur propre). Le modèle développé ne permet donc pas de considérer la croissance spatiale des perturbations. Cela peut être étudié par une simulation directe par éléments finis où la longueur de l'écoulement est finie. Les premiers tests effectués pour des fluides newtoniens de viscosité constante avec le code de calcul développé par Fortin *et al.* [18] sont encourageants. L'étape ultérieure est d'étendre ce code numérique à des comportements viscoélastiques et d'étudier

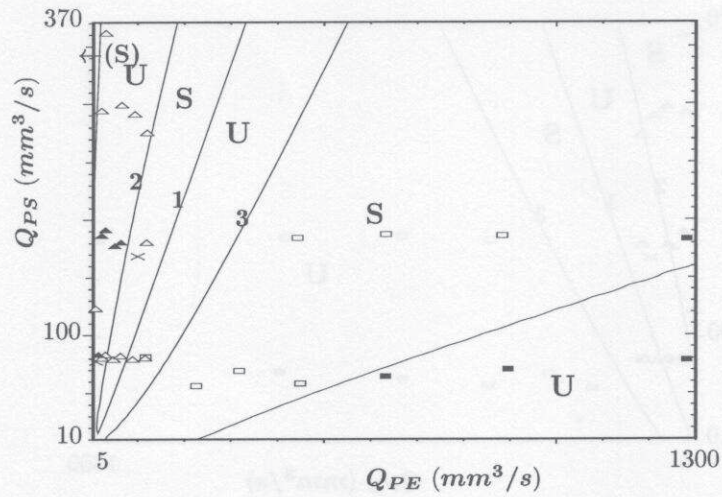


Figure 12: Comparaison entre courbe de stabilité et résultats expérimentaux (loi de White-Metzner, 200 °C)

à la fois les croissances spatiale et temporelle d'une perturbation imposée. Cela permettra en outre d'étudier à terme l'écoulement dans une géométrie de filière plus complexe et de prendre en compte les effets non-linéaires.

Cette étude a été financée en partie par la société Elf-Atochem. Nous remercions B. Ernst et D. Lebouvier du Cerdato (Serquigny) pour leur collaboration.

Références

- [1] J.F. Agassant, P. Avenas, J.-Ph. Sergent, B. Vergnes, and M. Vincent. *La mise en forme des matières plastiques*. Lavoisier, 1996.
- [2] C. Beraudo. *Méthodes éléments finis pour la simulation numérique d'écoulements de fluides viscoélastiques de type différentiel dans des géométries convergentes. Confrontation à l'expérience*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Décembre 1995. Thèse.
- [3] L. Gavrus, P. Laure, B. Vergnes, Y. Demay, and B. Ernst. Interfacial instabilities in the coextrusion of PE-PS. Comparisons between the experiments and the linear stability analysis theory. 1998. In preparation.
- [4] H.S. Yu and E.M. Sparrow. Experiments on two-components stratified flow in a horizontal duct. *J. Heat Transf.*, 51, 1969.
- [5] T.W. Kao and C. Park. Experimental investigations of the stability of channel flows. part 2. two-layered co-current flow in a rectangular channel. *J. Fluid Mech.*, 52: 401, 1972.
- [6] G.M. Wilson and B. Khomami. An experimental investigation of interfacial instabilities in multilayer flow of viscoelastic fluids. part i: Incompatible polymer systems. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 45: 355–384, 1992.
- [7] G.M. Wilson and B. Khomami. An experimental investigation of interfacial instabilities in multilayer flow of viscoelastic fluids. part ii: Elastic and non-linear effects in incompatible polymer systems. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 37(2): 315–339, 1993.
- [8] G.M. Wilson and B. Khomami. An experimental investigation of interfacial instabilities in multilayer flow of viscoelastic fluids. part iii: Compatible polymer systems. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 37(2): 341–355, 1993.
- [9] C.-S. Yih. Instability due to viscosity stratification. *J. Fluid Mech.*, 27: 337–352, 1967.
- [10] B. Khomami. Interfacial stability and deformation of two stratified power law fluids in plane Poiseuille flow. Part I: Stability analysis. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 36: 289–303, 1990.
- [11] B. Khomami. Interfacial stability and deformation of two stratified power law fluids in plane Poiseuille flow. Part II: Interface deformation. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 37: 19–36, 1990.

- [12] A. Pinarbasi and A. Liakopoulos. Stability of two-layer Poiseuille flow of Carreau-Yasuda and Bingham-like fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 57: 227–241, 1995.
- [13] Y.Y. Su and B. Khomami. Interfacial stability of multilayer viscoelastic fluids in slit and converging channel dies geometries. *J. Rheol.*, 36: 357–387, 1992.
- [14] C. Béraudo, T. Coupez, B. Vergnes, C. Peiti, and J.F. Agassant. *Cahiers de Rhéologie*, 11: 303, 1993.
- [15] A. Quarteroni C. Canuto, M.Y. Hussaini and T.A. Zang. *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [16] F. Charru and J. Fabre. Long waves at the interface between two viscous fluids. *Phys. Fluids*, 6: 1223–1235, 1994.
- [17] P. Laure, J.F. Agassant, M. Arney, Y. Demay B. Ernst, A. Fortin, L. Gavrus, H. Le Meur, J.C. Saut, S. Scotto, and B. Vergnes. Les instabilités interfaciales et la coextrusion des polymères. Technical report, INLN, CEMEF, CERDATO, Lab. d’analyse numérique et EDP, Septembre 1998. Synthèse des résultats, période 1994-1998.
- [18] A. Fortin, P. Carrier, and Y. Demay. Numerical simulation of coextrusion and film casting. *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 20: 31–57, 1995.