

## Devoir maison

### Exercice 1:

Pour accéder à un service sur Internet, on doit taper un mot de passe de 4 lettres choisies dans les lettres majuscules (26 lettres).

1. Combien de mots de passe de 4 lettres peut-on créer?
2. Combien de mots de passe de 4 lettres distinctes peut-on créer?

### Exercice 2:

Une entreprise fabrique des yaourts aux fruits avec 10 parfums différents.

Le directeur décide de proposer des lots de 4 pots avec des parfums différents.

1. Combien de lots distincts est-il possible de constituer?
2. Même question si on ne peut pas avoir dans le même lot fraise et framboise, deux des parfums proposés?
3. Même question si on n'impose plus des parfums différents dans les lots de 4?

### Exercice 3:

Quelle est la probabilité pour que, dans un groupe de  $n$  personnes choisies au hasard, deux au moins aient la même date d'anniversaire, en supposant qu'une année comprend 365 jours tous équiprobables?

Qu'en est-il dans la promo de L3 qui compte 40 étudiants?

### Exercice 4:

Une école propose trois cours de langue : un en espagnol, un en français et un en allemand. Ces cours sont ouverts aux 100 élèves de l'école. Il y a 28 étudiants en espagnol, 26 en français et 16 en allemand. 12 étudiants suivent l'espagnol et le français, 4 l'espagnol et l'allemand et 6 l'allemand et le français. Deux élèves suivent les trois cours.

1. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ne fasse partie d'aucun de ces cours?
2. Quelle est la probabilité qu'un élève choisi au hasard ne suive qu'un de ces cours exactement?
3. On choisit au hasard deux élèves. Quelle est la probabilité qu'au moins un de ces deux élèves suive un cours de langue?

### Exercice 5:

On considère un dé à 4 faces numérotées 0, 2, 3 et 5.

On dispose d'une urne contenant 3 billes numérotées 1, 3 et 5.

Le jeu est le suivant : on lance le dé puis on tire une bille.

- si le dé donne 0 on ne gagne rien
- si le dé et la bille portent le même numéro, on gagne 5 euros
- sinon on gagne 1 euro.

Soit  $X$  la variable aléatoire correspondant au gain du joueur. Donner la loi de  $X$ , son espérance et sa variance.

**Exercice 6:**

Pour aller à son lycée à vélo, un étudiant rencontre 6 feux. L'état de chaque feu est indépendant des autres et la probabilité qu'un feu soit vert est  $2/3$ . Un feu rouge ou orange fait perdre 1 minute et 30 secondes à l'étudiant. Le lycée est situé à 3km et l'étudiant roule à 15km/h entre les feux.

Soit  $X$  le nombre de feux verts rencontrés sur le trajet et  $T$  le temps mis par l'étudiant pour faire le trajet.

1. Quelle est la loi de  $X$ ?
2. Exprimer  $T$  en fonction de  $X$ . Calculer  $\mathbb{E}[T]$ .
3. L'étudiant part 17 minutes avant le début des cours. Est-il raisonnable de penser qu'il arrivera à l'heure? Quelle est la probabilité pour qu'il arrive en retard?

**Exercice 7:**

Soit la fonction de répartition  $F_X$  d'une variable aléatoire  $X$  définie par :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ 1/2 & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 3/4 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1. Tracer le graphe de  $F_X$
2. Déterminer la loi de  $X$
3. Calculer  $\mathbb{E}[X]$

**Exercice 8:**

Un service après-vente dispose d'équipes de dépannage qui interviennent auprès de la clientèle sur appel téléphonique. Les appels se produisent de façon indépendante, et la probabilité qu'une équipe arrive en retard à la suite d'un appel est  $p = 1/4$ .

1. Un même client a appelé le service à 8 dates différentes. On note  $X$  le nombre de retards subis par ce client.
  - (a) Quelle est la loi de  $X$ ?
  - (b) Calculer  $\mathbb{E}[X]$  et  $V[X]$
2. On considère un ensemble de 8 clients différents, dont deux sont mécontents car ils ont subi un retard. On contacte 4 clients parmi ces 8. Soit  $M$  le nombre de clients mécontents parmi les 4 clients contactés.
  - (a) Quelle est la loi de  $M$ ?
  - (b) Calculer  $\mathbb{E}[M]$