

## TD1

### Exercice 1

A leur entrée en L1, les étudiants choisissent une langue (anglais ou allemand) et une option (informatique, chimie ou astronomie). Dans un groupe d'étudiants, 12 étudiants sont inscrits en astronomie, 15 en chimie et 16 étudient l'allemand. Par ailleurs, 8 inscrits en astronomie et 3 inscrits en informatique étudient l'anglais, 6 inscrits en chimie étudient l'allemand.

Indiquer la répartition des étudiants par discipline et le nombre total d'étudiants dans le groupe.

### Exercice 2

On trace dans un plan  $n \geq 3$  droites en position générale, à savoir que deux droites ne sont jamais parallèles, et 3 droites ne sont jamais concourantes. Combien de triangles a-t-on ainsi tracés?

### Exercice 3

Une course oppose 20 concurrents, dont Emilie.

1. Combien y-a-t'il de podiums possibles?
2. Combien y-a-t'il de podiums possibles où Emilie est première?
3. Combien y-a-t'il de podiums possibles dont Emilie fait partie?
4. On souhaite récompenser les 3 premiers en leur offrant un prix identique à chacun. Combien existe t'il de distributions de récompenses possibles?

### Exercice 4

Dans une ville, il y a quatre boulangeries qui ferment un jour par semaine.

1. Déterminer le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire?
2. Reprendre la même question si les jours de fermeture doivent être distincts.
3. Reprendre la première question en imposant qu'au moins une boulangerie soit ouverte chaque jour.

### Exercice 5

Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chaque chiffre pouvant être un chiffre de 1 à 9.

1. Combien de codes sont possibles?
2. Combien de codes se terminent par un chiffre pair?
3. Combien de codes contiennent au moins un chiffre 4?
4. Combien de codes contiennent exactement un chiffre 4?

5. En supposant maintenant qu'un code possède obligatoirement 3 chiffres distincts :
- (a) Combien y-a-t'il de codes possibles?
  - (b) Combien de codes se terminent par un chiffre impair.
  - (c) Combien de codes comprennent le chiffre 6?

### Exercice 6

Le disque de l'armée mexicaine est un outil de cryptographie utilisé par l'armée mexicaine au début du XXI<sup>e</sup> siècle. Il est constitué de 5 disques de diamètres différents, empilés les uns sur les autres, et qui peuvent tourner les uns par rapport aux autres. Chaque disque est partagé en 26 arpts. Sur le bord du plus grand disque, on écrit les 26 lettres de A à Z. Sur le bord du second, on écrit les 26 nombres entre 1 et 26. Sur le bord du troisième, on inscrit les nombres de 27 à 52. Sur le bord du quatrième, ce sont les nombres de 53 à 78 qui apparaissent tandis que sur le dernier ce sont les nombres de 79 à 99 ainsi que 00 et 4 secteurs sans nombre.

On convient alors d'une clé qui est un mot de 4 lettres, par exemple FRED. On fait alors coïncider le plus petit nombre du deuxième disque, à savoir 1, avec la première lettre de la clé, ici F. On fait de même tourner le troisième disque pour faire coïncider son plus petit nombre 27 avec le R. Et ainsi de suite pour les deux autres disques.

Pour chiffrer un message, on remplace alors une lettre par l'un des 3 ou 4 nombres qui lui fait face sur le disque. Par exemple, on pourrait coder le 5 par 26, 40, 53 ou 80.

Combien de clé de clés existe t'il dans cette méthode de chiffrement?

### Exercice 7

Combien existe t'il d'anagrammes du mot MATHS?