

Variables aléatoires discrètes

Exercice 1:

Soit X une variable aléatoire dont la loi est définie par :

$$P(X = -1) = 0.2, \quad P(X = 0) = 0.1, \quad P(X = 4) = 0.3, \quad P(X = 5) = 0.4.$$

1. Calculer $P(X \leq 3)$ et $P(X > 2)$
2. Calculer l'espérance de X et sa variance.

Exercice 2:

Un avion peut accueillir 20 personnes. On sait que 25% des personnes qui ont réservées ne viennent pas. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de personnes qui après avoir réservées viennent parmi 20.

Quelle est la loi de X ? Donner son espérance et sa variance. Calculer la probabilité que X soit au moins égale à 15.

Exercice 3:

On considère un dé à 4 faces numérotées 0, 2, 3 et 5.

On dispose d'une urne contenant 3 billes numérotées 1, 3 et 5.

Le jeu est le suivant : on lance le dé puis on tire une bille.

- si le dé donne 0 on ne gagne rien
- si le dé et la bille portent le même numéro, on gagne 5 euros
- sinon on gagne 1 euro.

Soit X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur. Donner la loi de X , son espérance et sa variance.

Exercice 4:

Un joueur lance un dé non truqué. S'il obtient 1, il gagne 1 euro, si il obtient 2, il gagne 2 euros, si il obtient 3 il gagne 3 euros. Dans tous les autres cas, il perd 2 euros.

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur (valeur négative si le joueur perd de l'argent).

1. Donner la loi de X
2. Calculer l'espérance et la variance
3. Déterminer la fonction de répartition

Exercice 5:

On considère un dé pipé dont la loi est donnée par :

$$\left| \begin{array}{c|c|c|c|c|c} k & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline P(X=k) & a & 2a & 3a & 3a & 2a & a \end{array} \right|$$

1. Quelle doit être la valeur de a ?
2. Calculer l'espérance et la variance.

Exercice 6:

Soit un paquet de 52 cartes.

1. On tire une carte dans le paquet. Soit A l'événement on tire un trèfle numéroté entre 2 et 7, soit B l'événement on tire un roi, une dame ou un valet de trèfle. On considère $C = \bar{A} \cap \bar{B}$. Calculer $P(C)$.
2. On tire maintenant indéfiniment des cartes du paquet en les remettant à chaque fois. Soit S_k l'événement les $k - 1$ premiers tirages correspondent à C et le k ème tirage à A . Calculer $P(S_k)$ pour k un entier plus grand que 1.