

## TD 2 Éléments d'inertie d'un solide

**I** – Calculer la masse des corps (inhomogènes) suivant :

1. Disque de rayon  $R$  dont la densité surfacique  $\sigma$  est donnée par  $\sigma(r) = \sigma_0/(1+r^2/R^2)$ .
2. Cône plein, homogène (masse volumique  $\rho$ ). de hauteur  $h$  et de rayon  $R$ .

**II** – Déterminer la position du centre de masse des solides homogènes suivants :

1. Arc de cercle de rayon  $R$ , d'angle au centre  $2\alpha$ .
2. Portion de disque de rayon  $r$ , d'angle au centre  $2\alpha$ .
3. 1/2 sphère creuse ; 1/2 sphère pleine.
4. Cône creux, cône plein, de hauteur  $h$  et de rayon  $R = h$ , posé sur le plan diamétral d'une demi-sphère pleine de même rayon.
5. Demi-disque de rayon  $R$ , évidé d'une partie circulaire de rayon  $R/4$  (Fig. 1).

**III** – Calculer les moments d'inertie des solides homogènes suivants :

1. Circonférence de rayon  $R$  : par rapport à son axe, un de ses diamètres.
2. Sphère creuse de rayon  $R$  : par rapport à un de ses diamètres.
3. Même question avec une sphère pleine.
4. Demi-sphère pleine : par rapport à son axe, un diamètre équatorial.
5. Disque : par rapport à son axe, un de ses diamètres.
6. Barre de longueur  $a$  : par rapport à son centre, à une extrémité.
7. Cylindre plein, de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ , par rapport à son axe, à un diamètre passant par son centre. Commenter les limites  $h \rightarrow 0$  et  $R \rightarrow 0$ .
8. Plaque ayant la forme d'un triangle rectangle de côtés  $a$  et  $b$  : par rapport à un côté de l'angle droit ; calculer aussi les produits d'inertie.

**Réponses :** **I** 1.  $\pi R^2 \sigma_0 \ln 2$  2.  $\rho \pi R^2 h/3$  **II** 1.  $R \sin \alpha / \alpha$  2.  $2r \sin \alpha / 3\alpha$  3.  $R/2, 3R/8$  4.  $2h/3, 3h/4$  5.  $OG = 3R/20$  6.  $R(32/3\pi - 1/4)/7$  **III** 1.  $mR^2, mR^2/2$  2.  $2mR^2/3$  3.  $2mR^2/5$  4.  $2mR^2/5, 2mR^2/5$  5.  $mR^2/2, mR^2/4$  6.  $ma^2/12, ma^2/3$  7.  $mR^2/2, m/4(R^2 + h^2/3)$  8.  $ma^2/6, mb^2/6; m(a^2 + b^2)/6, mab/12$ .

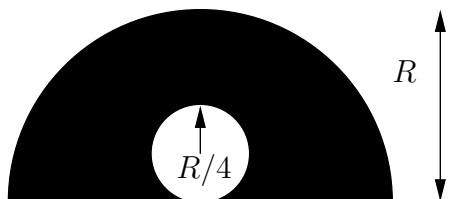


FIGURE 1 – Figure correspondant à l'exercice **II**.