MOUNIER
Cedric
feuille 3

Exercice 14

1) $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$M_0, A_0 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array}$$

$$M_1, A_1 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \\ L'_2 = L_2 - 2L_1 \\ L'_3 = L_3 - 3L_1 \end{array}$$

Si on inverse L'_2 et L'_3 on a un zéro sur la diagonale et des zéros [illegible]

Cette matrice n'est pas inversible, car on a que des zéro à la seconde ligne. La première ligne (de M) est équivalente à la seconde.

$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$M_0, A_0 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array}$$

$$M_1, A_1 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \\ L'_2 = L_2 - 2L_1 \\ L'_3 = L_3 - L_1 \end{array}$$

$$M_2, A_2 = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & 1 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} L_1 \\ L'_2 \\ L''_3 = L'_3 + L'_2 \end{array}$$

$$N = MA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array}$$

On transforme les éléments diagonaux de N en 1.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_1 - L_3 \\ L_2 - L_3 \\ L_3 \end{array}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad M^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

<u>Vérification:</u>

$$M \times M^{-1} = I_3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\times-2+3\times1 & 1-1 & 1-1 \\ 2\times(-2)-1\times(-1)+3 & 2-1 & 2+1\times(-1)+1\times(-1) \\ -2-1+3 & 1-1 & 1+1-1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$