Corrigé du cas $(2, 3, 4; 24)$**.**
Il y a 3 orbites $|O_1| = 12$, $|O_2| = 8$ et $|O_3| = 6$. Si O est une orbite alors $-O$ l'est aussi. Alors $-O_2 = O_2$ et $-O_3 = O_3$.

1. Soit H_3 le stabilisateur d'un point $p_3 \in O_3$. Alors H_3 est inclus dans le groupe des rotations d'axe $[p_3, -p_3]$ et $|H_3| = 4$. On conlude que $H_3 \simeq \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$, et $C = O_3 \setminus \{p_3, -p_3\}$ est un carré et une orbite de H_3. Or $-C = C$, C est inclus dans le plan, noté P, passant par l'origine et orthogonal à l'axe $[p_3, -p_3]$. Alors l'enveloppe convexe de O_3 est un octaèdre régulier.
2. Considérons l'action de H_3 sur O_2 (la restriction de l'action de G). Puisque $p_3 \notin O_2$ et $-p_3 \notin O_2$, il y a deux orbites : deux carrés C_1 et C_2, chacun dans un plan orthogonal à l'axe $[p_3, -p_3]$.

   Notons que $-C_1$ est aussi une telle orbite. Alors soit $-C_1 = C_1$ ou $-C_1 = C_2$.

   Le cas $-C_1 = C_1$, $-C_2 = C_2$, n'est pas possible. En effet, si c'est le cas alors $C_1 \subset P$ et $C_2 \subset P$, c.-à.-d. $O_2 \subset P$. Soit H'_3 le stabilisateur d'un autre élément $p'_3 \in O_3$, $p'_3 \in P$ d'après 1. Alors pour que H'_3 stabilise O_2 et donc P, les éléments de H'_3 doivent être d'ordre 2, mais $H'_3 \simeq \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$.

   Alors $-C_1 = C_2$.
3. Soit $a, b \in C_1$ telle que le segment $[a, b]$ est une diagonale de C_1. Alors $[-a, b]$ est un segment parallèle à l'axe $[p_3, -p_3]$. Alors l'enveloppe convexe de O_2 est un parallélépipède rectangle de base d'un carré (C_1 ou C_2).

   Si on applique le même raisonnement à chaque stabilisateur d'un élément de O_3, on voit que chaque face de O_2 est un carré et donc l'enveloppe convexe de O_2 est un cube.
4. Alors G est un sous-groupe du groupe des isométries directes du cube, de même cardinalité, alors G est exactement ce groupe.