

Examen, corrigé du sujet D

Durée : 1h. Documents, calculatrices et téléphones interdits.

1.

- (a) La variable Z peut prendre les valeurs : 2, 3, 4.
- (b) $\mathbb{P}(Z = 2) = \mathbb{P}(X = 1, Y = 1) = 1/6$, $\mathbb{P}(Z = 3) = \mathbb{P}(\{X = 1, Y = 2\} \cup \{X = 2, Y = 1\}) = (1/2)(1/3) + (1/2)(2/3) = 3/6 = 1/2$, $\mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(X = 2, Y = 2) = 1/3$

2.

- (a) $\mathbb{E}(U_1^3) = \int_0^1 u^3 du = [\frac{u^4}{4}]_0^1 = \frac{1}{4}$
- (b) Par la loi des grands nombres : 1/4.

3. $C_3^2(1/6)^2(5/6) = 3 \frac{1}{6^2} \frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 36} = \frac{5}{72}$

4. Formule série géométrique : $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{1-(1/3)} \right) = \frac{1}{3} \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$.

5. Soit $Y = Z/2$. Nous avons $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$ donc $\mathbb{P}(Z < 1, 24) = \mathbb{P}(2Y < 1, 24) = \mathbb{P}(Y < 0, 62) = 0, 7324$.

6. $\mathbb{P}(\{X = 2\} \cup \{X = 3\}) = \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 3) = C_3^2(1/2)^3 + C_3^3(1/2)^3 = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

7.

- (a) La variable Z peut prendre les valeurs : 0, 2.
- (b) Nous avons $\mathbb{P}(X \times Y = 2) = \mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = \mathbb{P}(X = 1) \times \mathbb{P}(Y = 2) = (1/2)(2/3) = 1/3$.