

Interrogation écrite du 8 mars 2010 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 8, 10, 6.

Documents non autorisés. Calculatrices et téléphones portables sont interdits.

**Exercice 1.**

$X$  est un espace affine réel de dimension 3 muni d'un repère cartésien  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On note  $(x, y, z)$  les coordonnées d'un point  $M$  de  $X$  dans le repère  $\mathcal{R}$ .

Soit  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $x - y + z - 1 = 0$ .

1. Vérifier que le point  $M_0$  de coordonnées  $(1, 1, 1)$  appartient à  $\mathcal{P}$ .
2. Pour  $M \in X$ , on note  $(a, b, c)$  les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{M_0M}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de  $\vec{X}$ .  
A quelle condition sur  $(a, b, c)$  le vecteur  $\overrightarrow{M_0M}$  appartient-il à  $\vec{\mathcal{P}}$ ? En déduire une base de  $\vec{\mathcal{P}}$ .
3. Trouver sur  $\mathcal{P}$ , trois points non alignés.
4. Trouver sur  $\mathcal{P}$ , quatre points non alignés  $A, B, C$  et  $D$  tels que  $ABCD$  soit un parallélogramme (rappel:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ).

**Exercice 2.** Soient  $A, B, C$  trois points non alignés dans un plan affine réel  $\mathcal{P}$ ,  $D$  un quatrième point tel que  $ABCD$  est un parallélogramme. On considère l'application affine  $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$  définie par  $f(A) = D, f(B) = A, f(C) = B$ .

1. Quelle est la matrice de  $\vec{f}$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  de  $\vec{\mathcal{P}}$ ?
2. Pour  $M \in \mathcal{P}$ , on note  $(x, y)$  les coordonnées de  $M$  dans le repère cartésien  $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .  
Donner, en fonction de  $(x, y)$ , les coordonnées  $(x', y')$  de  $f(M)$  dans ce même repère  $\mathcal{R}$ .
3. Déterminer  $f(D)$ . Qu'elle est l'image de la droite  $(CD)$ ?
4. Résoudre l'équation (d'inconnue  $M$ )  $f(M) = M$  et placer la solution dans un dessin.
5. Que peut-on dire de  $f^4$ ?

**Exercice 3.** Dans un plan affine  $\mathcal{P}$  muni d'un repère cartésien  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $5x - 3y + 1 = 0$ , les points  $A$  et  $B$  de coordonnées respectives  $(2, -3)$  et  $(3, -2)$ . Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  les vecteurs de  $\vec{\mathcal{P}}$  définis par  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ .

1. Quelles sont les coordonnées du point  $B$  dans le repère  $\mathcal{R}' = (A, \vec{u}, \vec{v})$ ?
2. Donner dans le repère  $\mathcal{R}' = (A, \vec{u}, \vec{v})$ , une équation cartésienne de la parallèle à  $\mathcal{D}$  par  $B$ .