

Interrogation écrite du 8 mars 2010 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 8, 10, 6.

Documents non autorisés. Calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1.

X est un espace affine réel de dimension 3 muni d'un repère cartésien $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On note (x, y, z) les coordonnées d'un point M de X dans le repère \mathcal{R} .

Soit \mathcal{P} le plan d'équation $x - y + z - 1 = 0$.

1. Vérifier que le point M_0 de coordonnées $(1, 1, 1)$ appartient à \mathcal{P} .
2. Pour $M \in X$, on note (a, b, c) les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{M_0M}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de \vec{X} .
A quelle condition sur (a, b, c) le vecteur $\overrightarrow{M_0M}$ appartient-il à $\vec{\mathcal{P}}$? En déduire une base de $\vec{\mathcal{P}}$.
3. Trouver sur \mathcal{P} , trois points non alignés.
4. Trouver sur \mathcal{P} , quatre points non alignés A, B, C et D tels que $ABCD$ soit un parallélogramme (rappel: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$).

Exercice 2. Soient A, B, C trois points non alignés dans un plan affine réel \mathcal{P} , D un quatrième point tel que $ABCD$ est un parallélogramme. On considère l'application affine $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ définie par $f(A) = D, f(B) = A, f(C) = B$.

1. Quelle est la matrice de \vec{f} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ de $\vec{\mathcal{P}}$?
2. Pour $M \in \mathcal{P}$, on note (x, y) les coordonnées de M dans le repère cartésien $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
Donner, en fonction de (x, y) , les coordonnées (x', y') de $f(M)$ dans ce même repère \mathcal{R} .
3. Déterminer $f(D)$. Qu'elle est l'image de la droite (CD) ?
4. Résoudre l'équation (d'inconnue M) $f(M) = M$ et placer la solution dans un dessin.
5. Que peut-on dire de f^4 ?

Exercice 3. Dans un plan affine \mathcal{P} muni d'un repère cartésien $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite \mathcal{D} d'équation $5x - 3y + 1 = 0$, les points A et B de coordonnées respectives $(2, -3)$ et $(3, -2)$. Soient \vec{u} et \vec{v} les vecteurs de $\vec{\mathcal{P}}$ définis par $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.

1. Quelles sont les coordonnées du point B dans le repère $\mathcal{R}' = (A, \vec{u}, \vec{v})$?
2. Donner dans le repère $\mathcal{R}' = (A, \vec{u}, \vec{v})$, une équation cartésienne de la parallèle à \mathcal{D} par B .