

Interrogation écrite du 3 mai 2012 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 6, 14.

Documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Rédaction sobre et pertinente exigée.

Exercice 1.

Soient X un espace affine réel de dimension n ($n \geq 1$), f et g deux homothéties de X , de rapport respectifs λ et μ (avec $\lambda, \mu \notin \{0, 1\}$).

Montrer que f et g commutent ($f \circ g = g \circ f$) si et seulement si f et g ont même centre.

Exercice 2.

X est un espace affine euclidien de dimension 3, muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On note (x, y, z) les coordonnées d'un point M de X dans le repère \mathcal{R} .

Soient A le point de coordonnées $(0, -1, 1)$ et \mathcal{P} le plan d'équation $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

1. Donner une base orthonormée de la direction $\vec{\mathcal{P}}$ du plan \mathcal{P} .
 2. Calculer la distance $d(A, \mathcal{P})$ du point A au plan \mathcal{P} .
 3. Soit $\vec{v} \in \vec{\mathcal{P}}$ un vecteur non nul. On note $t_{\vec{v}}$ la translation de vecteur \vec{v} et on pose $B = t_{\vec{v}}(A)$.
Quelle est la distance de B à \mathcal{P} ? Justifiez votre réponse.
 4. On note A' le symétrique orthogonal de A par rapport à \mathcal{P} . Donner les coordonnées de A' (dans le repère \mathcal{R}).
 5. Trouver quatre points non coplanaires, à la distance 1 de \mathcal{P} .
 6. On note \mathcal{U} l'ensemble des points de X qui sont à la distance 1 de \mathcal{P} . \mathcal{U} est-t-il un sous-espace affine de X ? Justifiez votre réponse.
-