

Interrogation écrite du 5 mars 2013 (durée: 30mn) - Barème (à titre indicatif): 10, 10.

Documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.  
Rédaction sobre et pertinente exigée.

**Exercice 1.**

Soient  $\mathcal{P}$  un plan affine réel,  $A, B$  et  $C$  trois points non alignés de  $\mathcal{P}$ . On considère un quatrième point  $D$  tel que  $ABDC$  est un parallélogramme ( $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ) et on définit une application affine  $f: \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$  en posant  $f(A) = B, f(B) = C, f(C) = D$ .

1. Quelle est la matrice de  $\vec{f}$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  de  $\vec{\mathcal{P}}$ ?
2. Pour  $M \in \mathcal{P}$ , on note  $(x, y)$  les coordonnées de  $M$  dans le repère cartésien  $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ . Donner, en fonction de  $(x, y)$ , les coordonnées  $(x', y')$  de  $f(M)$  dans ce même repère  $\mathcal{R}$ .
3. Résoudre l'équation (d'inconnue  $M$ )  $f(M) = M$ .
4. Quelle est la matrice de  $\vec{f}^2$  dans la base  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  de  $\vec{\mathcal{P}}$ ?
5. Faire un dessin et y placer les points  $A, B, C, D, f^2(A), f^2(B), f^2(C), f^2(D)$ .
6. Que peut-on dire de  $f^2$ .

**Exercice 2.**

Soit  $X$  un espace affine réel de dimension 3, muni d'un repère cartésien  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On note  $(x, y, z)$  les coordonnées d'un point  $M$  de  $X$  dans ce repère. Soient  $A, B, C_m$  les trois points de coordonnées respectives  $(1, 1, 1), (-1, 3, 3)$  et  $(3, m^2 + 2m, 2m + 1)$  dans le repère  $\mathcal{R}$ , où  $m$  est un paramètre réel. On note  $\mathcal{P}$  le plan d'équation  $-x + 2y - 3z - 4 = 0$ ,  $Z_m$  le sous-espace affine de  $X$  engendré par les trois points  $A, B$  et  $C_m$ .

1. Donner une base de  $\vec{\mathcal{P}}$  (la direction du plan affine  $\mathcal{P}$ ).
2. Vérifier que  $\overrightarrow{AB} \in \vec{\mathcal{P}}$ . Que peut-on dire de l'intersection de la droite  $(AB)$  avec le plan  $\mathcal{P}$ ?
3. Pour quelles valeurs du paramètre  $m$  a-t-on  $\overrightarrow{AC_m} \in \vec{\mathcal{P}}$ ?
4. Donner (selon les valeurs du paramètre réel  $m$ ) la dimension du sous-espace affine  $Z_m$ .
5. Selon les valeurs du paramètre réel  $m$ , donner une description (la plus complète possible) de l'intersection  $\mathcal{P} \cap Z_m$ .