

Nom:
Documents:
Calculatrice:

On considère les suites numériques définies par les formules suivantes:

$$a_n := 2^n - 4n; \quad b_n := \ln(3n - 8) - \ln(4n - 2); \quad c_n := \frac{a_n}{b_n}; \quad d_n := \frac{\cos n}{a_n};$$

$$u_0 := 1000, \quad u_{n+1} := \sqrt{5u_n - 6}; \quad v_{2n} := d_n, \quad v_{2n+1} := u_n;$$

$$w_n := \ln \frac{ne + \pi}{n\pi - e}.$$

a) Remplissez le tableau suivant:

	a	b	c	d	u	v	w
Pdéfinie?	+	−	−	−	+	−	−
PPdéfinie?	+	+	+	+	+	+	+
monotone?	−	+	?	−	+	−	+
PPmonotone?	+	+	+	−	+	−	+
max	⊥	− ln 10	(ln 10)/4	1	1000	1000	$\frac{\ln(\pi+e)}{\ln(\pi-e)}$
min	−4	⊥	⊥	−(cos 1)/2	⊥	− cos 1	⊥
sup	+∞	− ln 10	(ln 10)/4	1	1000	1000	$\frac{\ln(\pi+e)}{\ln(\pi-e)}$
inf	−4	−∞	−∞	−(cos 1)/2	3	− cos 1	− ln π
lim	+∞	−∞	−∞	0	3	⊥	− ln π

où P veut dire partout et PP presque partout.

b) Justifier les trois points les plus chauds en indiquant les ressources invoquées avec les arguments auxquels elles sont appliquées.

Réponse

Ressource 1: Pour montrer que $n \mapsto v_n w_n$ tend vers 0, il suffit de montrer que $n \mapsto v_n$ est bornée et que $n \mapsto w_n$ tend vers 0. Arguments: $v_n := \cos n; w_n := \frac{1}{a_n}$.

Ressource 2: Pour montrer que la suite u vérifiant pour tout n $u_{n+1} = f(u_n)$ converge en décroissant vers a , il suffit de trouver $I :=]a, b[$ contenant u_0 avec pour tout x dans I , $a < f(x) < x$. Arguments: $u := u; f := f; a := 3; b := +\infty$.

Ressource 3: Pour que la suite (schizo) v diverge, il suffit que les suites $n \mapsto v_{2n}$ et $n \mapsto v_{2n+1}$ ne convergent pas vers la même limite. Argument: $v := v$.