

Nom:

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = x^2 + \sin(x - 2)$. Elle a un unique intervalle de stricte monotonie maximal contenant 2 et on note f^{-1} la fonction réciproque correspondante de f .

- Trouver un intervalle ouvert I de longueur 4 contenant 2 et où f est strictement monotone.
- Calculer un majorant M de $|f'|$ sur I .
- Donner un intervalle ouvert J contenant 2 et où f reste comprise entre 3,9 et 4,1.
- Donner une formule pour le plus grand intervalle K ouvert ayant la propriété précédente.
- Donner une formule pour le plus grand nombre η tel que, sur $]2 - \eta, 2 + \eta[$, f reste entre 3,9 et 4,1.
- Etant donné ϵ avec $0 < \epsilon \leq 0,1$, donner $\eta > 0$ vérifiant (pour tout x réel)

$$2 - \eta \leq x \leq 2 + \eta \implies 4 - \epsilon \leq f(x) \leq 4 + \epsilon.$$

- Etant donné ϵ avec $0,1 \leq \epsilon$, donner $\eta > 0$ vérifiant: $|x - 2| < \eta \implies |f(x) - 4| \leq \epsilon.$
- Etant donné ϵ avec $\epsilon > 0$, donner $\eta > 0$ vérifiant: $|x - 2| \leq \eta \implies |f(x) - 4| < \epsilon.$

a	
b	
c	
d	
e	
f	
g	
h	

Variantes: $f(x) = 4e^{x-2} + \sin(x\pi)$, $f(x) = 8 + x^2 - x^3$.