

# MIAS-SM 1 TC maths 07/09/01 durée: 3h

Calculatrices et documents interdits. Durée: 3h. Barème: 8x2.5.

Merci d'écrire **sujet A** en haut de votre copie.

1. Comparer  $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$  et  $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$ .
2. Calculer  $(1 - i\sqrt{3})^{13}$ .
3. Calculer  $\text{Arccos}(\cos 10)$ .
4. a) Donner le meilleur encadrement de  $\frac{y+3}{x+1}$  quand  $x$  et  $y$  sont deux nombres réels de l'intervalle  $[2, 5]$ .  
b) Même question pour  $\frac{x+3}{x+1}$  et  $\frac{x+1}{x+3}$  (et  $x$  toujours dans  $[2, 5]$ ).
5. On note  $f$  la fonction définie par  $f(x) = x^3 - 27x$ .  
a) Indiquer le plus grand intervalle contenant  $-3\sqrt{3}$  où (la restriction de)  $f$  admet une fonction réciproque **dérivable**.  
b) On note  $g$  cette fonction réciproque; calculer  $g(0)$  et  $g'(0)$ .
6. Calculer le DL en 0 à l'ordre 3 de  $e^{\cos x} \sin 2x$ .
7. Trouver une équation du plan de  $\mathbf{R}^3$  passant par  $(1, 2, 1)$ ,  $(-1, 2, -1)$  et  $(2, 3, -1)$ .
8. Calculer l'image, le noyau et s'il y a lieu l'inverse de l'application linéaire

$$(x, y, z) \mapsto (x + y - 2z, 2x + y + z, x + 3z).$$