

**1. Reconnaître une application linéaire**

Pour quelle(s) valeur(s) de  $m$  l'application suivante est-elle linéaire:

$$(x, y, z) \mapsto (m^4y - (m^3 - m)z + m^2 + 3m + 2, (m^2 + m)x^2 + 2x).$$

**2. Dessiner et exploiter une matrice**

a) Pour l'application suivante, préciser le contexte, la source et le but et écrire la matrice:

$$(x, y) \mapsto (yw + xu, xv - yu, wy).$$

b) Pour la matrice suivante, préciser le contexte et écrire l'application correspondante:

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & a & a^2 \\ 0 & 5 + b & a + b & a - b \end{bmatrix}.$$

**3. Calculer une matrice**

On considère la matrice  $(3, 2)$ , notée  $A$ , et définie par  $A_{ij} = mi - j$ , et la matrice

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ m - 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Dessiner  $A$  et calculer, quand c'est possible, les sommes  $A + B$  et  $B + A$ , les produits  $AB$  et  $BA$  et les inverses de  $A$  et  $B$ .

**4. Calculer un noyau, une image, un inverse**

a) Calculer l'image, le noyau et s'il y a lieu l'inverse de l'application linéaire

$$(x, y, z) \mapsto (x + y - 2z, 2x + y + z, x + 3z).$$

b) Même chose pour

$$(x, y, z) \mapsto (mx + y - 2z, 2x + my + z, x + 3z).$$

5.

**E-T**

Trouver (dans les livres ?) deux définitions formelles de "  $f$  est linéaire " (pour  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$  par exemple) et prouver qu'elles sont équivalentes.