

## L1 MASS ; Théorie des jeux : TD 3 ; Année 2011-12, 2nd Semestre

Soit  $(X, Y, u)$  un jeu. On appelle *stratégie prudente de X* toute stratégie de  $X$  qui *minimise le risque*, c'est-à-dire, toute stratégie  $x \in X$  tel que

$$\min_{y \in Y} u(x, y) = \text{Maxmin}(u) .$$

De même, on appelle *stratégie prudente de Y* toute stratégie de  $Y$  qui minimise le risque, c'est-à-dire, toute stratégie  $y \in Y$  tel que

$$\max_{x \in X} u(x, y) = \text{Minmax}(u) .$$

On dit que la stratégie  $x_1 \in X$  *domine* la stratégie  $x_2 \in X$ , si le gain obtenu en jouant  $x_1$  est *toujours* — c'est-à-dire pour chaque stratégie que  $Y$  pourrait jouer — supérieur à celui qu'on obtient en jouant  $x_2$ , i.e. si pour toute stratégie  $y \in Y$  de l'opposé,

$$u(x_1, y) \geq u(x_2, y) .$$

Dans ce cas, on dit aussi que  $x_2$  est *dominée par*  $x_1$ .

### Exercice 1 : Stratégies dominantes

Trouver les stratégies dominantes et réduire les formes normales suivantes :

$$\begin{pmatrix} -6 & -4 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & -4 & -2 \\ -4 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & -2 & -4 \\ 5 & 2 & -4 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Donner les stratégies prudentes de chacun des joueurs.

### Exercice

$$\begin{pmatrix} 2t & 2 & 0 \\ -1 & 2 & t \end{pmatrix}$$

- Déterminer quand on a une/des stratégie(s) dominante(s) pour X et Y et la/lesquelles.
- Dessiner le graphe de la fonction  $\inf_{y \in Y} \sup_{x \in X} u_X(x, y)$  et celui de la fonction  $\sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} u_X(x, y)$  sur le même dessin.
- Déterminer les stratégies prudentes de X et Y en fonction de t.
- Quand le jeu a-t-il une valeur en stratégie pure et quelle est-elle ?

### Exercice

Déterminer le jeu mixte associé à cette forme normale :

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$