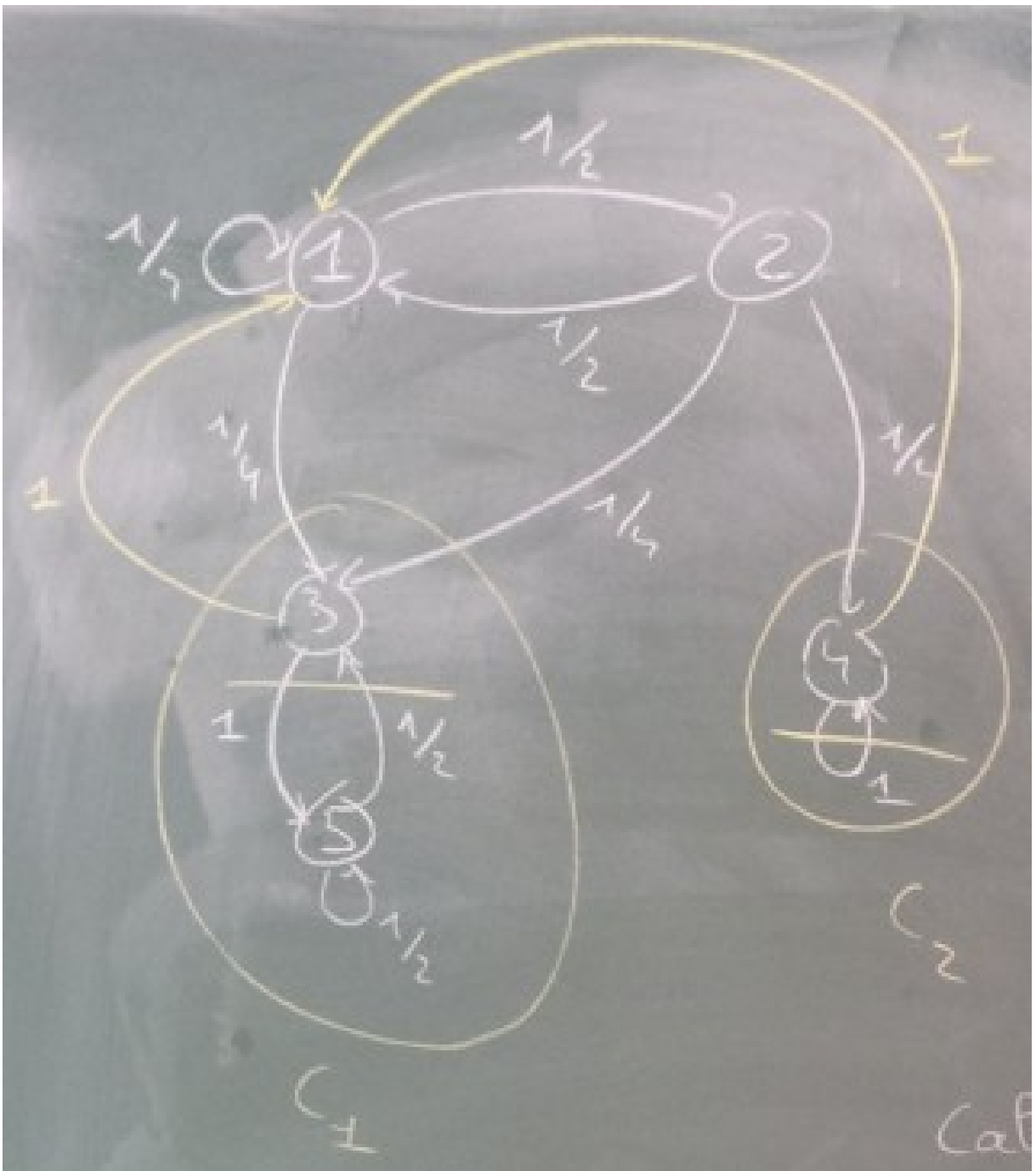


Calculs associés à une chaîne de Markov sur SageMathCloud

FX D

7/4/2016

```
salvus.file('graph1.jpg') #graphe de  $(X_n)$  avec la numérotation \
originelle
```



```

P=matrix\
  ([[1/4,1/2,0,0,0],[1/2,0,0,0,0],[1/4,1/4,0,0,1/2],[0,1/4,0,1,0],[0,0,1,0,1/2]
  ;P #matrice des proba de transition pour la numérotation \
  originelle des états
%typeset_mode False
[1/4 1/2 0 0 0]
[1/2 0 0 0 0]
[1/4 1/4 0 0 1/2]

```

```
[ 0 1/4 0 1 0]
[ 0 0 1 0 1/2]
```

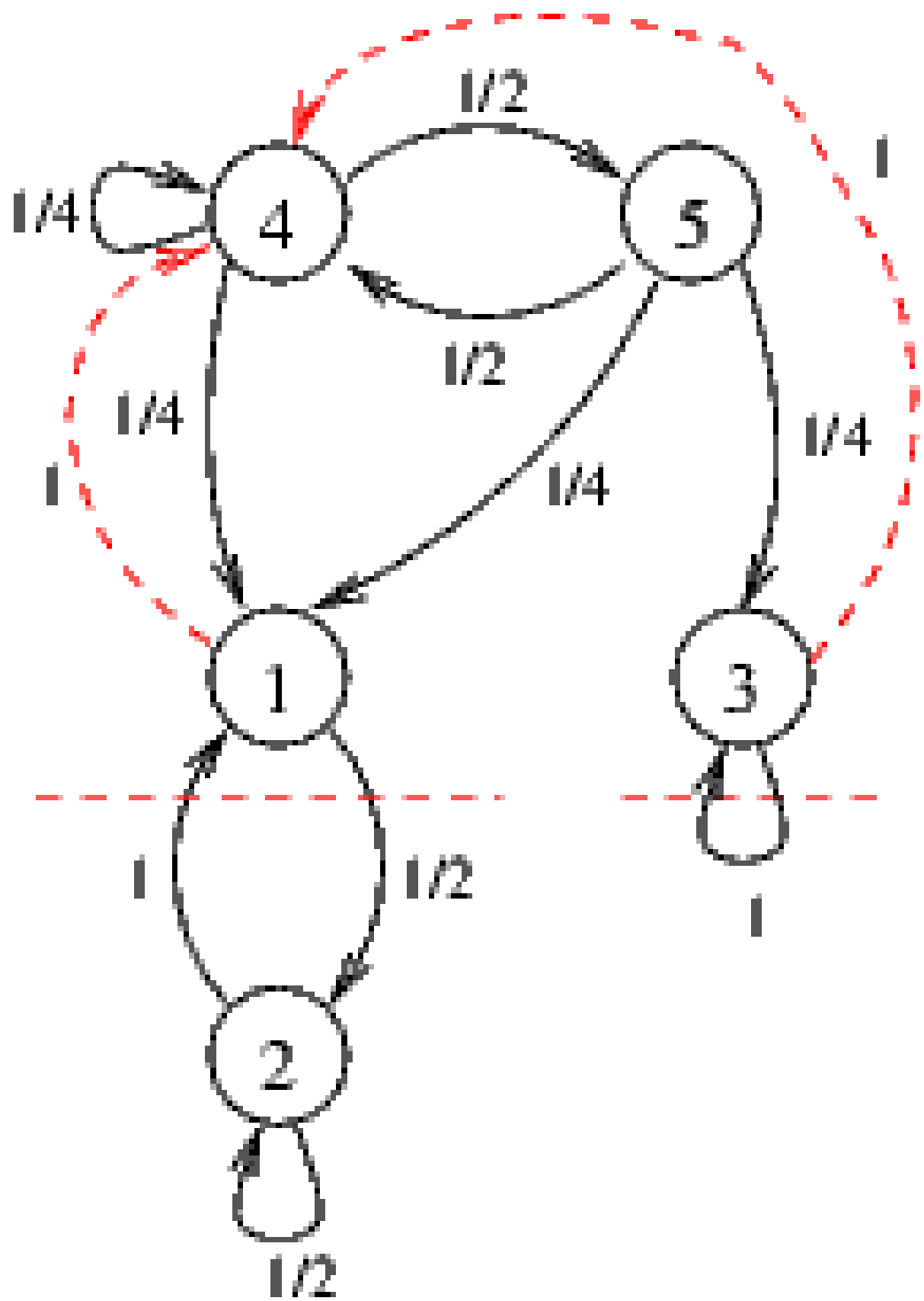
```
M=Permutation([3,5,4,1,2]).to_matrix();M #matrice des coordonnées de\
la nouvelle numérotation : l'état anciennement no 3 a maintenant\
le numéro 1, etc.
```

```
[0 0 0 1 0]
[0 0 0 0 1]
[1 0 0 0 0]
[0 0 1 0 0]
[0 1 0 0 0]
```

```
Q=M^(-1)*P*M;Q #matrice des proba de transition pour la nouvelle num\
érotation
```

```
[ 0 1/2 0 1/4 1/4]
[ 1 1/2 0 0 0]
[ 0 0 1 0 1/4]
[ 0 0 0 1/4 1/2]
[ 0 0 0 1/2 0]
```

```
salvus.file('graph3.png') #graphe de (X_n) pour la nouvelle numé\
rotation
```



```

matrix(Q^128)[0,3] # Proba d'être dans l'état 1 partant de l'état 4 \
  après 128 étapes (nouvelle numérotation). Les indices de lignes \
  et colonnes commencent à 0 !
28948022309329048855892744412686072393752763183645890324450984041352751068203/115792089237
316195423570985008687907853269984665640564039457584007913129639936

RR(matrix(Q^128)[0,3]) #approximation décimale
0.2500000000000000

QY=matrix([[0,0,1/4,1/4],[0,0,0,1/4],[1,1,1/4,1/2],[0,0,1/2,0]]);QY \
  #matrice associée à la chaîne modifiée (Y_n) après renumérotation\
  croissante des états, pour le calcul de Q^infinity[0,3] = lim_n(\
  proba X_n = 1 |X_0 = 4)
[ 0  0 1/4 1/4]
[ 0  0  0 1/4]
[ 1  1 1/4 1/2]
[ 0  0 1/2  0]

QY1=QY-identity_matrix(4);QY1 #le noyau de QY1 est l'espace propre \
  E_1 de Q1
[ -1  0 1/4 1/4]
[  0 -1  0 1/4]
[  1  1 -3/4 1/2]
[  0  0 1/2 -1]

QY2=matrix(QY1.rows()+[(1,1,1,1)]);QY2
[ -1  0 1/4 1/4]
[  0 -1  0 1/4]
[  1  1 -3/4 1/2]
[  0  0 1/2 -1]
[  1  1  1  1]

mu=QY2.solve_right(vector(QQ,[0,0,0,0,1]));mu #mesure invariante \
  pour QY1
(3/16, 1/16, 1/2, 1/4)

p1=mu[0]/(mu[0]+mu[1]);p1 #probabilité que (X_n) atteigne la \
  composante irréductible de l'état 1 partant de l'état 4 (nouvelle\
  numérotation)
3/4

Q1=Q[0:2,0:2];Q1 #matrice de (X_n) restreint à la composante irré\
  ductible de l'état 1
[ 0 1/2]
[ 1 1/2]

Q2=Q1-identity_matrix(2);Q3=matrix(Q2.rows()+[(1,1)]);nu=Q3.\
  solve_right(vector(QQ,[0,0,1]));nu #mesure invariante pour Q1

```

(1/3, 2/3)

```
nu[0] * p1 #Q^infinity[0,3], cohérent avec la ligne 22  
1/4
```

```
R=matrix(RR,Q^128);R.n(digits=4) #approximation décimale de Q^128  
[ 0.3333 0.3333 0.0000 0.2500 0.2083]  
[ 0.6667 0.6667 0.0000 0.5000 0.4167]  
[ 0.0000 0.0000 1.000 0.2500 0.3750]  
[ 0.0000 0.0000 0.0000 1.042e-25 8.139e-26]  
[ 0.0000 0.0000 0.0000 8.139e-26 6.354e-26]
```

```
R[1,4] #Approximation décimale de la proba d'être dans l'état 1 \  
partant de l'état 5 après 128 étapes
```

```
0.416666666666667
```

```
41/100+2/300 #approximation rationnelle de l'approximation décimale  
5/12
```

```
# Vérification ?
```