Dans le plan $\mathbb{R}^2$:

1. Donner une équation cartésienne de la droite passant par le point $(0, \sqrt{3})$ et parallèle à la droite d'équation $2x - y + 3 = 0$; de celle passant par ce même point et orthogonale à la droite donnée.

2. Soient $A(1,2)$, $B(3,1)$, $C(-3,-2)$, $D(0,-1)$ quatre points de $\mathbb{R}^2$.

a. Montrer que les points A, B, C sont non alignés. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont non parallèles.

b. Donner une équation cartésienne de la droite (AB). Calculer le point d'intersection des droites (AB) et (CD).

3. Le plan $\mathbb{R}^2$ est muni de la distance euclidienne canonique $d((x,y),(x',y')) = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$. Calculer la distance du point $(3,1)$ à la droite d'équation $x - 3y - 3 = 0$.

4. Soient D_1 la droite d'équation $x - y + 2 = 0$ et D_2 celle d'équation $2x + 3y + 1 = 0$. A tout réel m on associe la droite $\triangle_m$ d'équation $(2m+1)x + (3m-1)y + m + 2 = 0$.

a. Soit M_0 le point commun de D_1 et D_2. Montrer que M_0 est sur $\triangle_m$ quel que soit m.

b. Soit A un point du plan. Discuter suivant la position de A le nombre de droites $\triangle_m$ passant par A.

5. Soient D_1 et D_2 les droites d'équation respective $x\sqrt{3} - y + 1 = 0$ et $x + y\sqrt{3} - 2 = 0$. Soit M_0 le point commun de D_1 et D_2. Donner une équation de la droite passant par M_0 et le point $A(\sqrt{2}, 1)$, de la droite passant par M_0 et parallèle à la droite d'équation $2x + y = 0$. (Utiliser l'exercice 4.)

6. Dans $\mathbb{R}^2$ soient $O = (1,-2)$, $\overrightarrow{u} = (1,2)$ et $\overrightarrow{v} = (1,3)$. Quelles sont les coordonnées du points $(-1,-1)$ dans le repère cartésien $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$? Quelle est l'équation cartésienne de la droite d'équation $2x + 3y + 4 = 0$ dans le repère $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$?

Dans l'espace $\mathbb{R}^3$:

7. Montrer que les points $A(1,2,-1)$, $B(1,3,4)$, $C(2,2,2)$ et $D(0,2,-4)$ sont coplanaires. Calculer la distance du point $(1,2,3)$ au plan contenant les points A, B, C, D.

8. Exhiber deux points distincts de la droite de $\mathbb{R}^3$ données par les équations $x + y + 2z + 2 = 0$ et $x - y + 3z + 3 = 0$.

Dans le plan affine euclidien :

9. Soient A, B deux points fixés du plan, k un réel positif fixé et soient M, N deux points vérifiant $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NB} + 5\overrightarrow{AB} = 0$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MN} + 2(2k^2 - 1)\overrightarrow{AB} = 0$.

a. Démontrer l'existence et l'unicité de M et N.

b. Déterminer l'ensemble des points M et l'ensemble des points N lorsque k décrit $\mathbb{R}_+$.

c. Représenter les fonctions $k \mapsto AM$ et $k \mapsto AN$. Est-il possible que M et N soient confondus ? que A soit le milieu du segment $[M, N]$?