Licence L3 - option de géométrie **test 2** **15 décembre 2005**

Sujet A

1. Soit X un espace affine (avec $\mathbb{R}$ pour corps des scalaires), A un point de X et λ un réel. Comment est définie l'homothétie de centre A et de rapport λ ?

2. Soit X un plan affine et $f : X \to X$ une homothétie de centre $A \in X$ et de rapport $a \neq 1$. Soient M et N deux points de X vérifiant $M \neq f(M)$ et $N \notin (Mf(M))$. Montrer que $f(N)$ est l'intersection de la droite (AN) avec la parallèle à (MN) passant par $f(M)$.

Licence L3 - option de géométrie **test 2** **15 décembre 2005**

Sujet B2

1. Soient E un espace vectoriel euclidien et $f : E \to E$ une application linéaire. Donner deux conditions équivalentes à "f est une isométrie vectorielle".

2. Soient a, b, c, d quatre réels avec $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ et soit P le plan de $\mathbb{R}^3$ d'équation $ax+by+cz+d = 0$. Déterminer les coordonées du projeté orthogonal d'un point $A = (x_A, y_A, z_A)$ sur P. En déduire la distance de A à P en fonction de a, b, c, d et de x_A, y_A, z_A.

Sujet B1

1. Soit X un espace affine euclidien (de dimension finie) et H un hyperplan de X. Comment est définie la symétrie orthogonale par rapport à H ?

2. Soient a, b, c, d quatre réels avec $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ et soit P le plan de $\mathbb{R}^3$ d'équation $ax+by+cz+d = 0$. Déterminer les coordonées du projeté orthogonal d'un point $A = (x_A, y_A, z_A)$ sur P. En déduire la distance de A à P en fonction de a, b, c, d et de x_A, y_A, z_A.