

Sujet A

1. Qu'est ce qu'une translation d'un espace affine ?

Montrer que la composée de deux translations est une translation, que l'inverse d'une translation est une translation.

2. A quelle condition sur $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ l'équation $ax + by + cz + d = 0$ définit-elle un plan de \mathbb{R}^3 ?

Soit $ax + by + cz + d = 0$ l'équation d'un plan de \mathbb{R}^3 et soit D une droite de \mathbb{R}^3 de vecteur directeur $(a', b', c') \in \mathbb{R}^3$. Donner une condition sur les paramètres a, b, c, d, a', b', c' pour que D soit parallèle au plan.

Si la droite n'est pas parallèle au plan, que peut on dire de leur intersection ?

Sujet B

1. Qu'est-ce qu'une isométrie d'un espace affine euclidien ? Montrer que la composée de deux isométries est une isométrie, que l'inverse d'une isométrie bijective est une isométrie.

2. A quelle condition sur $a_1, \dots, a_n, a \in \mathbb{R}$ l'équation $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = a$ définit t-elle un hyperplan de \mathbb{R}^n ?

Soient $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = a$ et $b_1x_1 + \dots + b_nx_n = b$ les équations de deux hyperplans de \mathbb{R}^n . Donner une condition sur les paramètres $a_1, \dots, a_n, a, b_1, \dots, b_n, b$ pour que les hyperplans soient parallèles.

Si les deux hyperplans ne sont pas parallèles, que peut-on dire de leur intersection ?