1. On lance n fois un dé à 6 faces. On note S_n la somme des chiffres obtenus. Quelle est la limite de S_n/n quand n tend vers l'infini ? En utilisant le théorème central limite estimer la probabilité que S_{150} soit supérieur à 600.

2. La probabilité qu'un article produit par une usine soit défectueux est de 2%. Quel est le nombre moyen d'articles défectueux parmis 10000 ? En utilisant le théorème central limite estimer la probabilité qu'on ait plus de 210 articles défectueux parmis les 10000.

3. Dans un pays 40% des personnes veulent voter pour A et 60% pour B. On effectue un sondage auprès de 1000 personnes au cours duquel une proportion p de personnes déclarent vouloir voter pour A. Déterminer k tel qu'on ait $\frac{40-k}{100} \leq p \leq \frac{40+k}{100}$ avec probabilité 0.95.

Révision et compléments

4. On prend un point de coordonnées (X, Y) au hasard dans le triangle plein du plan de sommets $(0,0)$, $(0,1)$, $(2,0)$. Quel est la probabilité qu'on ait $Y \leq X$?

5. Le nombre N de véhicules qui se présentent au péage d'une autoroute entre deux instants fixés est une variable aléatoire de Poisson de paramètre λ. Déterminez les lois de probabilité des variables aléatoires F et M représentant les nombres de conducteurs de sexe féminin et masculin respectivement ($N = F + M$), sachant que la probabilité que le conducteur d'un véhicule soit de sexe féminin est $\frac{1}{2}$. Est-ce que F et M sont indépendantes ?

6. Un monsieur marche sur $\mathbb{R}$ en partant de 0 et en faisant toutes les 5 secondes un pas de $+1$ ou -1 avec probabilité $\frac{1}{2}$. On note X_n la position du monsieur après $5n$ secondes (donc $X_0 = 0$). En comparant X_n à la somme de n Bernouilli égales à 1 si le pas est de $+1$ et 0 sinon, donner la loi de X_n. Qu'elle est son espérance ?

On note A_k l'évènement "$X_k = 0$". Interpréter l'évènement $\cap_n \cup_{k \geq n} A_k$. Montrer que le monsieur revient une infinité de fois en 0. (On utilisera le lemme suivant :

Lemme 0.1(Borel-Cantelli). *Soit (A_n) une suite d'évènements.*

- *Si la série $\Sigma \mathrm{P}(A_n)$ converge alors $\mathrm{P}(\cap_n \cup_{k \geq n} A_k) = 0$.*
- *Si la série $\Sigma \mathrm{P}(A_n)$ diverge et si les évènements A_n sont indépendants alors $\mathrm{P}(\cap_n \cup_{k \geq n} A_k) = 1$.*

)

***7.** Calculer la limite quand n tend vers l'infini de la suite

$$\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_{3n}^{k} (\frac{1}{3})^k (\frac{2}{3})^{3n-k} .$$