NOM : Date : .
PRENOM : Groupe : .

Calcul stochastique : feuille de réponses du TP 3
Filet du Call et du Put

On répondra aux questions posées aussi clairement que possible dans les espaces prévus et on remettra cette feuille de réponses en fin de TP à l'enseignante chargée du TP.

On reprend les notations des TP 1 et 2, avec les constantes suivantes $n = 60$, $T = 1$, $\delta t = T/n$, $\sigma = 0.4$, $S_0 = 120$ et $r = 0.2$, les quantités $up = e^{\sigma\sqrt{\delta t}}$, $down = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}}$ et $R = e^{r\delta t}$, et la matrice $SS(i+1, j+1)$ des valeurs de l'actif sous-jacent. On introduit un Call de pay off $\varphi(S_T)$, de prix d'exercice K qu'on supposera tout d'abord égal à S_0.

Exercice 1. : Reprendre des TP précédants la définition de l'actif SS et l'exécuter sous Scilab. Vérifier que les deux valeurs $SS(5, 3)$ et $SS(7, 4)$ sont égales. Expliquer pourquoi.

Exercice 2. : Le code suivant permet de calculer le prix du Call une fois définie la fonction de pay off `phi`. Expliquer pourquoi en utilisant la notion d'espérance conditionnelle.

```
CCC=zeros(n+1,n+1)
CCC(n+1, :)=phi(SS(n+1, :) ;
fori=0 :n-1
      forj=0 :i
      CCC(i+1,j+1)=(phi(SS(n+1,j+1 :j+1+n-i))*binomial(p,n-i)')/R^(n-i)
      end
end ;
```

Exercice 3. : Exécuter ce code (après avoir défini $\varphi(S) = (S - K)^+$) puis calculer la prime d'un Call à la monnaie ($K = S_0$). Recommencer le calcul pour deux autres valeurs de K (par exemple $K = S_0 - 10$ et $K = S_0 + 10$). Qu'observez-vous ? Comment le prix du Call varie-t-il avec K ? Expliquez.

Exercice 4. **:** Reprendre les deux questions précédentes pour le cas d'un Put.

Exercice 5. **:** Le code ci dessous permet de tracer le filet du Call, c'est-à-dire le graphe de la fonction $(t, S_t) \to C_t(t, S_t)$ ainsi que deux courbes situées sur ce graphe, et correspondant à $t = T$ et $t = T/2$. Saisir ce code. En ajoutant si nécessaire quelques autres courbes intermédiaires aux deux dejà tracées, observer l'évolution au cours du temps des coubes $S \to C(t, S)$. Quelle forme a leur limite lorsque t tend vers T ?

Reprendre le tracé du filet mais cette fois pour un put. Quelle différence observez-vous ?

```
//////// tracé du filet/////
xset("window",1);
Abs=zeros(n+1,n+1);
Ord=zeros(n+1,n+1);
for k=0 :n
   for l=0 :n-k
      Abs(l+1,k+1)=(k+l)*delta_t;
      Ord(l+1,k+1)=SS(k+l+1,k+1);
      Cot(l+1,k+1)=CCC(k+l+1,k+1);
   end;
   for l=1 :k
      Abs(n-k+l+1,k+1)=(n-l)*delta_t;
      Ord(n-k+l+1,k+1)=SS(n-l+1,k-l+1);
      Cot(n-k+l+1,k+1)=CCC(n-l+1,k-l+1);
   end;
end;
a=get("current_axes");//get the handle of the newly created axes
a.cube_scaling="on"; // [GED] Axes->Aspect->cube_scaling=on
a.rotation_angles=[47,-52];//en fait, peine perdue : il faudra le refaire
après...
//ATTENTION : choisir flag=[1 4] pour prendre en compte "ebox"
param3d1(Abs,Ord,Cot,flag=[1 4],ebox=[0,T,0,1.5*S0,0,S0/2])
//// tracé de la fonction de payoff en t=T ///
AbsLignePayOff=ones(1 :n+1)*T;
OrdLignePayOff=SS(n+1,1 :n+1); //SS(n+1, :) aurait fait l'affaire
CotLignePayOff=CCC(n+1,1 :n+1); // idem pour CC(n+1, :)
param3d1(AbsLignePayOff,OrdLignePayOff,CotLignePayOff, flag=[1 4], ebox=[0,T,0,1.5*S0,0,S0/2])
////////// Quelques lignes intermediaires
// T/2=deltat_t*n/2
AbsLigneI=ones(1 :n/2+1)*T/2;
OrdLigneI=SS(n/2+1,1 :n/2+1);
CotLigneI=CCC(n/2+1,1 :n/2+1);
param3d1(AbsLigneI,OrdLigneI,CotLigneI,flag=[1 4])
```